

# סימולציה פס' 2: שאלון 581, קיץ 2021 - סרור אסעד

אוצה והערכה אספי יאין על ההערות הנבונות והשמות אצחק

ענה על 4 שאלות פבין 8 השאלות הבאות (לכל שאלה 25 נקודות)

פרק ראשון - אלגברה והסתברות

1. דרך הררית שכולה עלייה ממושב A למושב B, אורכה הוא 24 ק"מ. הולך רגל ואוטובוס יוצאים באותו רגע ממושב A לכיוון מושב B. מהירות הליכתו של הולך הרגל בעלייה היא קבועה ושווה ל-5 קמ"ש. האוטובוס עובר את המרחק ממושב A למושב B בפחות משעה ורבע. האוטובוס מגיע לנקודה B, ומייד נוסע בחזרה לכיוון המושב A. הוא פוגש את הולך הרגל לאחר 24 דקות מיציאתו ממושב B. מהירות האוטובוס בירידה ממושב B למושב A גדולה פי 2 ממהירות נסיעתו בעלייה מ-A ל-B.
  - א. מצא את מהירות הנסיעה של האוטובוס כשהוא עולה בדרך ממושב A למושב B.
  - ב. מהרגע בו נפגשו האוטובוס והולך הרגל, הגביר הולך הרגל את מהירותו ב-0.05 ממהירות האוטובוס בעלייה. חשב מה היה המרחק בין האוטובוס לבין הולך הרגל ברגע בו האוטובוס הגיע למושב A.
  - ג. כשהאוטובוס מגיע למושב A, מתעכב שם למשך 48 דקות ומייד נוסע שוב בחזרה לכיוון המושב B.
    - (1) חשב את הזמן שעובר מאז הפגישה הראשונה ועד הפגישה השנייה בין האוטובוס והולך הרגל.
    - (2) באיזה מרחק ממושב B האוטובוס משיג את הולך הרגל?

2.  $a_n$  היא סדרה הנדסית אינסופית מתכנסת שכל איבריה חיוביים. נגדיר סדרה חדשה שהאיבר

$$b_n = \frac{a_1 \cdot q^n}{1-q}$$

א. (1) הוכח שהסדרה  $b_n$  היא סדרה הנדסית ומצא את המנה שלה.

(2) הסבר מדוע כל איברי הסדרה  $b_n$  הם חיוביים.

נסמן ב- $S$  את סכום הסדרה האינסופית  $a_n$ , ונסמן ב- $S_n$  את סכום  $n$  האיברים הראשונים

בסדרה  $a_n$ . נגדיר סדרה חדשה  $c_n$  כך:  $c_n = S - S_n$ .

ב. לפיכך מספר טענות. עבור כל טענה, קבע אם היא נכונה או שגויה. נמק את תשובתך.

(1)  $c_n$  היא סדרה הנדסית שלא כל איבריה חיוביים.

(2)  $c_n$  היא סדרה הנדסית שיש בה מספר סופי של איברים.

(3)  $c_n$  היא סדרה הנדסית אינסופית מתכנסת.

$$c_n = S \cdot q^n \quad (4)$$

$$c_n = b_n \quad \text{לכל } n \text{ טבעי.} \quad (5)$$

ג. נסמן:  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots = S$  ו-  $c_1 + c_2 + c_3 + \dots = T$ .

הבע את מנת הסדרה  $a_n$  באמצעות  $S$  ו- $T$ .

ד. נתון:  $S = 243$ ,  $T = 121.5$ .

(1) חשב את  $q$ ,  $c_1$  ו- $b_1$ .

(2) חשב את סכום הסדרה  $b_n$ .

3. מחקר בודק את היעילות של מכשיר חדשני בגילוי מוקדם של מחלה מסוימת. ידוע ש-25% מהנבדקים הם חולים. כאשר נבדק מוגדר כחולה במחלה, ההסתברות שהמכשיר יקבע שהוא חולה היא 0.95. כאשר הנבדק לא מוגדר כחולה במחלה, ההסתברות שהמכשיר יקבע שהוא לא חולה במחלה היא 0.90.

א. אדם נבדק בעזרת המכשיר החדשני. מה ההסתברות שהמכשיר יקבע שהוא חולה במחלה.

ב. המכשיר קבע לגבי נבדק שהוא חולה במחלה. מה ההסתברות שהוא אכן חולה במחלה?

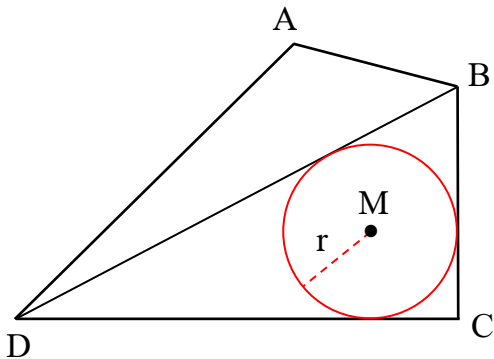
ג. בחרו באקראי 5 נבדקים (שאינן קשר ביניהם) שנבדקו במכשיר הנ"ל.

מה ההסתברות שהמכשיר יקבע שלפחות 4 מהם חולים?

ד. מהו אחוז הטעויות של הבדיקה במכשיר?

## פרק שני - גיאומטריה וטריגונומטריה במישור

4. א. הוכח: במרובע חוסם מעגל, סכום שתי צלעות נגדיות שווה לסכום שתי הצלעות הנגדיות האחרות.



ב. ABCD הוא מרובע החוסם מעגל ובו  $\angle BCD = 90^\circ$ .

בתוך המשולש BCD חסום מעגל M שרדיוסו r.

נתון:  $\angle DBC = 60^\circ$ ,  $BD = 2a$ ,  $AB = k$ ,  $AD = 7k$ .

(1) בטא באמצעות a את אורכי הצלעות BC ו-DC.

(2) הוכח:  $6k = (\sqrt{3} - 1) \cdot a$ .

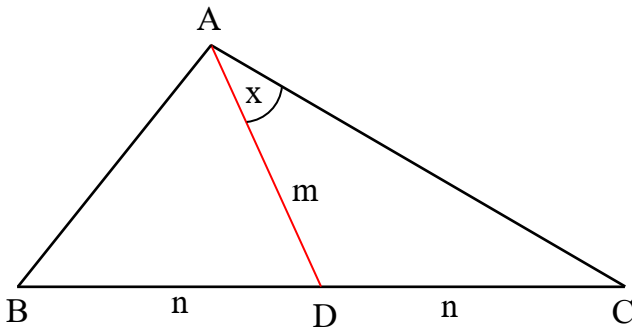
ג. הוכח:  $r = 3k$ .

5. נתון משולש ABC.

הקטע AD הוא תיכון לצלע BC.

נתון:  $\angle DAC = x$ ,  $AD = m$ ,  $BC = 2n$ .

ו-  $\angle ABC = 30^\circ$ ,  $\angle BAC = 135^\circ$ .



א. הראה:  $\frac{\sin 15^\circ}{\sin x} = \frac{1}{2 \cdot \sin(135^\circ - x)}$ .

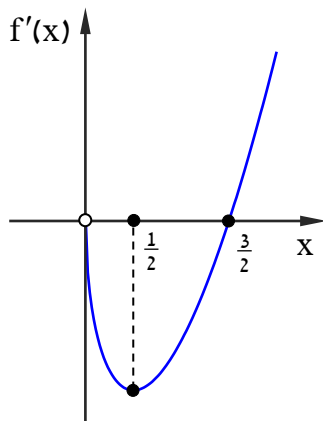
ב. חשב את x.

ג. הראה:  $AC = \sqrt{2} \cdot n$  ו-  $AB = \sqrt{2} \cdot m$ .

ד. הבע באמצעות m ו-n את שטח המשולש ABC.

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרציה פולינומים, fe פונקציות שורש, fe פונקציות

רציונאליות ופונקציות טריגונומטריות



6. בציור שלפניך מתואר גרף פונקציה הנגזרת של  $f'(x)$  של

הפונקציה  $f(x)$  המוגדרת בתחום  $x \geq 0$  והיא מקיימת  $f(0) = 0$ .

א. היעזר בנתונים הרשומים בציור ומצא:

(1) תחום ההגדרה של הפונקציה  $f'(x)$ .

(2) שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  ואת סוגה.

(3) תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

(4) שיעור ה- $x$  של נקודת הפיתול של הפונקציה  $f(x)$ .

(5) תחומי הקעירות כלפי מעלה והקעירות כלפי מטה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. סמן "נכון" או "לא נכון" ליד הטענות הבאות ונמק:

(1) גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות.

(2) בתחום בו הפונקציה  $f(x)$  יורדת, המשיק לגרף הפונקציה בעל השיפוע הקטן ביותר

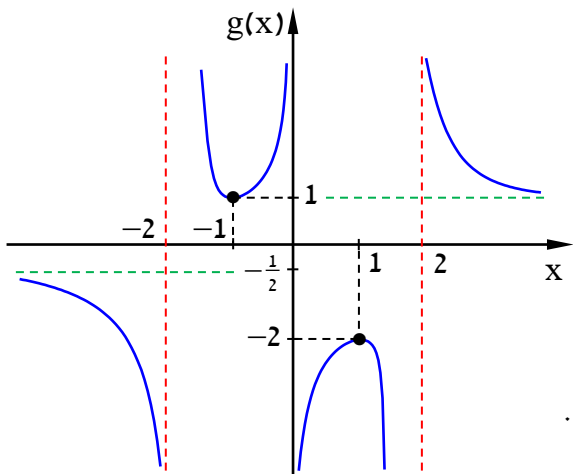
הוא המשיק בנקודת הפיתול של הפונקציה.

(3)  $f''(\frac{1}{4}) \cdot f''(1) > 0$

ג. נתון:  $f(x) = (ax^2 - bx) \cdot \sqrt{x}$  ו-  $\int_1^2 f'(x) dx = 3 - 2\sqrt{2}$ . מצא את  $a$  ו- $b$ .

ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ . בסרטוט שלך ציין את נקודת הקיצון ואת נקודת הפיתול של הפונקציה.

(2) סרטט סקיצה של גרף הנגזרת  $f''(x)$ .



7. בציר מתואר גרף הפונקציה  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ .

הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת וגזירה לכל  $x$ .

א. היעזר בנתונים הרשומים בציר ומצא:

(1) את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגן.

(2) תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

(3) את נקודות החיתוך של הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(4) את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$ .

(5) האסימפטוטות האופקיות של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. נתון:  $\int_{-2}^0 f(x) dx = S_1$ ,  $\int_0^2 f(x) dx = S_2$ . בטא באמצעות  $S_1$  ו- $S_2$  את ערכי

האינטגרלים הבאים:

$$\int_{-2}^2 f(x) dx \quad (1) \quad \int_{-2}^2 (|f(x)| + f(x)) dx \quad (2) \quad \int_{-2}^2 (|f(x)| - f(x)) dx \quad (3)$$

8. נתונה הפונקציה  $f(x) = \tan^2 x - 2\sqrt{3} \cdot \tan x$  בתחום  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ .

(3) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(4) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

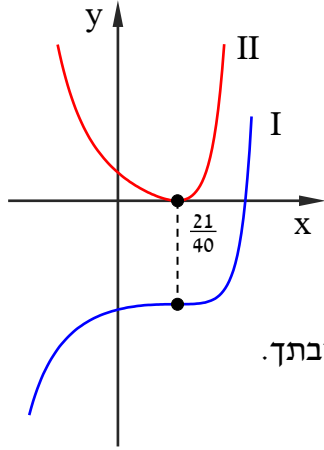
(5) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

בציור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות  $f'(x)$  ו- $f''(x)$  בתחום הנתון.

היעזר בגרפים של הפונקציות  $f'(x)$  ו- $f''(x)$  וענה על הסעיפים הבאים:

ב. התאם בין הגרפים I ו-II לבין הגרפים של הפונקציות  $f'(x)$  ו- $f''(x)$ . נמק.

ג. לפניך מספר טענות. עבור כל טענה, קבע אם היא נכונה או שגויה. נמק את תשובתך.



(1) לפונקציה  $f'(x)$  יש נקודת פיתול בנקודה  $x = \frac{21}{40}$ .

(2) לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת פיתול בנקודה  $x = \frac{21}{40}$ .

(3) הפונקציה  $f(x)$  קעורה כלפי מעלה בתחום  $x > \frac{21}{40}$  וקעורה כלפי מטה בתחום  $x < \frac{21}{40}$ .

$$f\left(\frac{21}{40}\right) > f'\left(\frac{21}{40}\right) \quad (4)$$

ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. קבע איזה מהאינטגרלים שלפניך הוא בעל הערך הגדול ביותר. נמק את תשובתך.

$$\int_0^{\frac{21}{40}} (f''(x) - f'(x)) dx \quad (2) \quad \int_0^{\frac{21}{40}} (f(x) - f'(x)) dx \quad (1)$$

**בהצלחה!**



## תשובות סופיות

1. א. 20 קמ"ש.  
ב. 9.2 ק"מ.  
ג. (1) שעתיים.  
(2) במרחק 4 ק"מ ממושב B.
2. א. (1) q.  
ב. (1) שגויה.  
(2) שגויה.  
(3) נכונה.  
(4) נכונה.  
(5) נכונה.  
ג.  $\frac{T}{T+S}$ .
- ד. (1)  $c_1 = b_1 = 81, q = \frac{1}{3}$   
(2) 121.5
3. א.  $\frac{5}{16}$   
ב.  $\frac{19}{25}$   
ג. 0.03576  
ד.  $\frac{7}{80}$
4. א. הוכחה.  
ב. (1)  $DC = \sqrt{3} \cdot a, BC = a$   
(2) הוכחה.  
ג. הוכחה.
5. א. הוכחה.  
ב.  $x = 30^\circ$   
ג. הוכחה.  
ד.  $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot mn$

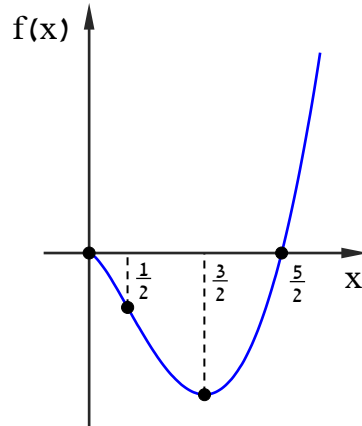
6. א. (1)  $x > 0$ .

(2)  $x = 1.5$  מינימום.

(3) עולה:  $x > 1.5$ . יורדת:  $0 < x < 1.5$ .

(4)  $x = \frac{1}{2}$ .

(5) קעורה כלפי מעלה  $x > \frac{1}{2}$ . קעורה כלפי מטה:  $0 < x < \frac{1}{2}$ .



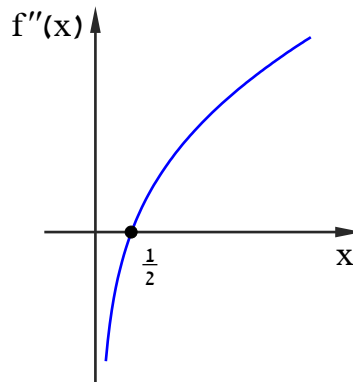
ב. (1) נכון.

(2) נכון.

(3) לא נכון.

ג.  $b = 5, a = 2$ .

ד. (1) סקיצה:



(2) סקיצה:

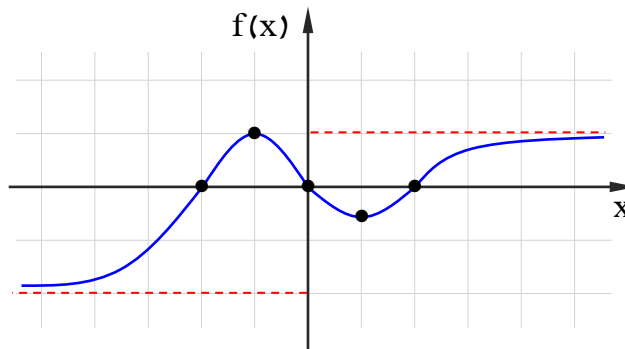
7. א. (1)  $(-1, 1)$  מקסימום,  $(1, \frac{1}{2})$  מינימום.

(2) עולה:  $x < -1$  או  $x > 1$ . יורדת:  $-1 < x < 1$ .

(3)  $(-2, 0), (0, 0), (2, 0)$ .

(4) חיובית:  $-2 < x < 0$  או  $x > 2$ . שלילית:  $x < -2$  או  $0 < x < 2$ .

(5)  $y = -2, y = 1$ .



ב. סקיצה:

ג. (1)  $S_1 - S_2$ .

(2)  $2 \cdot S_1$ .

(3)  $2 \cdot S_2$ .



8. א. (1)  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

(2)  $x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}$

(3)  $(0,0), (0.411\pi, 0)$

(4) מינימום  $\left(\frac{\pi}{3}, -3\right)$

(5) עולה:  $\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{2}$  יורדת:  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{3}$

ב. גרף I:  $f'(x)$ , גרף II:  $f''(x)$

ג. (1) נכונה.

(2) שגויה.

(3) שגויה.

(4) נכונה.

ד. סקיצה:

ה. (2)

