

מתכונת מספר 9 – שאלון 582

הוראות לנבחן – מותאם למיקוד קיץ 2020

- א. משך הבחינה: שתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים. יש לענות על 3 שאלות מכל פרקי השאלון.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה. כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומתכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

בהצלחה

מתכונת מספר 9 – שאלון 582

נכתב על ידי יואב ירון ושירי דוברין

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

(1) במשולש ABC נתון: $A(-2,7)$, $C(7,-5)$.

אורך הגובה לצלע AC הוא 5 ואורך הגובה לצלע BC הוא $3\sqrt{5}$.

א. מצא את הקודקוד B אם נתון שהוא נמצא מתחת לצלע CA וידוע כי $x_B < 0$.

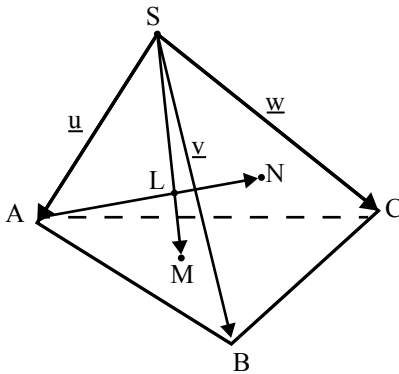
ב. נקודה B שמצאת בסעיף א' היא מרכז מעגל המשיק לצלע AC. מצא את משוואת המעגל.

ג. נקודה B שמצאת בסעיף א' היא מוקד הפרבולה $y^2 = -2px$ ($p > 0$).

מצא את משוואת הפרבולה.

ד. בפרבולה שמצאת בסעיף ג' מעבירים אלומת ישרים מקבילים המהווים מיתרים בפרבולה

ששיפוע כל אחד מהם m. בטא בעזרת m את המקום הגיאומטרי של אמצעי כל המיתרים הללו.



(2) נתונה פירמידה משולשת SABC שבסיסה ΔABC .

נסמן: $\overline{SA} = \underline{u}$, $\overline{SB} = \underline{v}$, $\overline{SC} = \underline{w}$.

נקודה M היא מפגש תיכוני המשולש ABC.

א. בטא את \overline{SM} באמצעות \underline{u} , \underline{v} , ו- \underline{w} .

ב. N היא נקודת מפגש תיכוני המשולש SBC, ו- \overline{AN} .

נחתכים בנקודה L. מצא באיזה יחס מחלקת הנקודה L את \overline{SM} .

ג. נתון כעת כי נקודה D מצויה במישור ABC באופן ש-ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו $\sqrt{2}$ ס"מ,

$\sqrt{5}$ ס"מ $|\underline{u}|$. חשב את נפח הפירמידה S_{ABCD} .

3 נתון: z מספר מרוכב המקיים: $z = 1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha i$, בתחום $0 < \alpha < 90^\circ$.

א. הוכח כי: $z = 2 \sin \alpha \cos(90 - \alpha)$.

ב. נתון: $|z| = 1$. מצא את α .

ג. נתון: $z_n = (1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha i)^n$ (n טבעי).

ד. עבור ערך ה- α שמצאת בסעיף ב' חשב: $z_1 + z_2 + \dots + z_{17}$.

ה. קודקודי מצולע משוכלל בן 8 צלעות (מתומן) חסומים במעגל

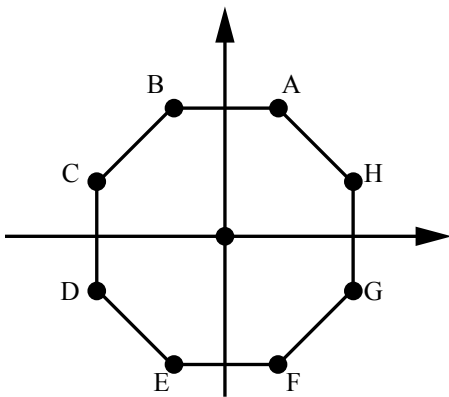
קנוני ונמצאים במישור גאוס (ראה סרטוט משמאל) $z_1 = A$.

נסמן ב-a את מכפלת ארבעת קודקודי המתומן המייצגים

את הקודקודים F, D, B, H.

נסמן ב-q את המכפלה ai.

מצא איזה מקודקודי המתומן מתלכד עם הנקודה q. נמק.



פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4 אחת מנקודות הפיתול של הפונקציה: $f(x) = (4x^2 + 12x + b)e^x$ היא $x = -2.5$.

א. מצא את ערכו של b ואת תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. הוכח שהפונקציה $f(x)$ חיובית בכל תחום הגדרתה ושאינן לה נקודות קיצון.

ג. מצא תחומי קעירות מעלה ומטה של הפונקציה.

ד. סרטט סקיצה של גרף ה- $f(x)$. (סמן את נקודות הפיתול).

ה. היעזר בנגזרות של $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$ ו- $g = (x - 1)e^x$ על מנת לחשב את השטח המוגבל על ידי גרף $f(x)$,

ציר ה-x, ציר ה-y והישר $x = -1$.

5 נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(x^2 - 2x + a)$.

- א. מצא את a אם נתון שנקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ נמצאת על ציר ה- x .
- ב. מצא את התחום בו הפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מעלה ואת התחום בו היא קעורה כלפי מטה.
- ג. (1) מהם תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת? נמק.
 (2) מהם השיעורים של נקודות הקיצון של $f'(x)$ ומהו סוגן?
- ד. סרטט סקיצה של $f'(x)$ והיעזר בה כדי לחשב את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f''(x)$ וציר ה- x בגבולות שבין ציר ה- y והישר $x = 2$.
- ה. $g(x)$ היא פונקציה שמקיימת $g'(x) = f(x) + 3$.
- מצא את שיעור ה- x של נקודת הפיתול של הפונקציה $g(x)$.
- ו. נגדיר: $h(x) = f(x) \cdot f'(x)$. בתחום $0 < x < 2$. מתי ערכי $h(x)$ חיוביים? ומתי ערכי $h(x)$ שליליים?

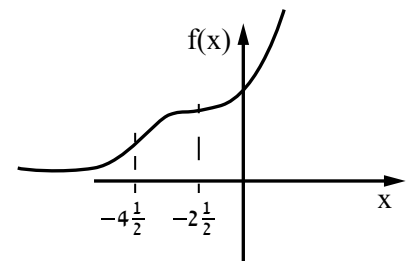
תשובות למתכונת מספר 9 – שאלון 582

1 א. $B(-3,0)$. ב. $(x+3)^2 + y^2 = 25$. ג. $y^2 = -12x$. ד. $y = -\frac{6}{m}$

2 א. $\frac{1}{3}(u+v+w)$. ב. $3:1$. ג. $\frac{2}{3}$ סמ"ק

3 א. $\alpha = 30^\circ$. ג. -1 . ד. G

4 א. $b = 13$ מוגדרת לכל y . ג. קעורה מעלה: $x > -2.5$, $x < -4.5$, קעורה מטה: $-4.5 < x < -2.5$



ד. ה. $g - \frac{1}{e} = 5.689$

5 א. $a = 2$. ב. קעורה מעלה: $x > 2$, $x < 0$, קעורה מטה: $0 < x < 2$. ג. (1) עולה: $0 < x < 2$, יורדת: $x > 2$

$x < 0$. (2) $(2,1)$ מקסימום, $(0,-1)$ מינימום. ד. $2 \ln 2 = 1.386$. ה. $x = 1$. ו. $h(x) > 0$ ו- $1 < x < 2$, $h(x)$

שלילית: $0 < x < 1$