

מתכונת מספר 7 – שאלון 582

הוראות לנבחן – מותאם למיקוד קיץ 2020

- א. משך הבחינה: שתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים. יש לענות על 3 שאלות מכל פרקי השאלון.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה. כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומתכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

בהצלחה

מתכונת מספר 7 – שאלון 582

נכתב על ידי יואב ירון ושירי דוברין

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1) שיפועו של מיתר בפרבולה, העובר דרך מוקדה הוא 2. אורכו של המיתר הוא 15.

א. מצא את משוואת הפרבולה.

ב. נסמן את מוקד הפרבולה באות F , המדריך של הפרבולה חותך את ציר ה- x בנקודה M

ואת המיתר המוזכר בשאלה באות L .

(1) חשב את שטח המשולש FML .

(2) מצא את משוואת המעגל החוסם את משולש FML .

2) נתונה פירמידה ישרה $SABC$ שבסיסה ABC הוא משולש שווה צלעות.

נסמן: $\vec{SA} = \underline{u}$, $\vec{SB} = \underline{v}$, $\vec{SC} = \underline{w}$. נקודה בתוך הפירמידה

כך ש- $\vec{SN} = \frac{1}{4}(\underline{u} + \underline{v} + \underline{w})$. M נקודה במישור ABC

כך ש- $SM \perp ABC$ (SM אנך למישור ABC).

א. הוכח כי הנקודות S, M, N נמצאות על ישר אחד.

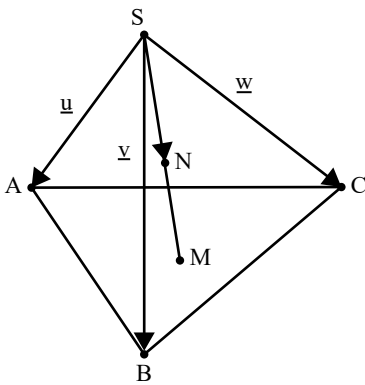
ב. (1) הוכח כי: $\underline{u} \cdot \underline{v} = \underline{u} \cdot \underline{w} = \underline{v} \cdot \underline{w}$.

(2) הוכח: $\vec{SC} \perp \vec{AB}$, $\vec{SA} \perp \vec{BC}$.

ג. נתון: $C(4\sqrt{3}, 4, 0)$, $\underline{u}(-4\sqrt{3}, 4, -8)$, $\underline{v}(0, -8, -8)$, $\underline{w}(4\sqrt{3}, 4, -8)$.

(1) חשב את נפח הפירמידה $SABC$.

(2) מצא את משוואת המישור ABS .



3) נתונה המשוואה הריבועית: $4z^2 + 4az + 4a - 3 = 0$ (z מספר מרוכב, a פרמטר ממשי).

א. עבור אילו ערכים של a פתרונות המשוואה הם מספרים מרוכבים?

ב. עבור $a = 2$ פתרונות המשוואה הם קודקודי משולש שווה שוקיים החסום במעגל שמרכזו בראשית הצירים.

חשב את זווית הראש של המשולש אם:

(1) פתרונות המשוואה הם קודקודי הבסיס של משולש (הבחן בין 2 מקרים).

(2) אחד מפתרונות המשוואה הוא קודקוד הראש של המשולש.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{\frac{-x}{x-1}}$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) הוכח כי הפונקציה עולה לכל x בו היא מוגדרת.

(3) מצא נקודות חיתוך עם הצירים (אם ישנן).

(4) מצא אסימפטוטות לגרף הפונקציה.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(6) מצא את משוואת המשיק לפונקציה העובר דרך הנקודה $(1, 0)$.

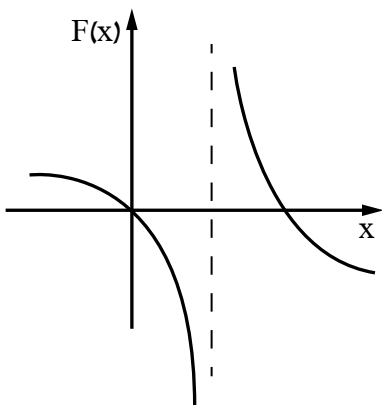
ב. מגדירים בעזרת $f(x)$ מסעיף א' פונקציה חדשה:

$$F(x) = (x-2) \ln f(x) \quad (\text{ראה סקיצה משמאל})$$

נסמן ב- S את השטח הכלוא בין גרף $F(x)$, ציר ה- x

והישר $x = a$ ($1 < a < 2$)

נתון כי: $S = \frac{1}{2}a^2 - a - 2 \ln \frac{1}{2}$ מצא את a .



(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{(\ln x - b)^2}{(\ln x + 2b)^3}$, $b > 0$

חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים ומצא: (הבע באמצעות b במידת הצורך)

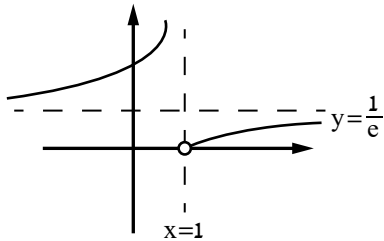
- א. תחום ההגדרה של ה- $f(x)$.
- ב. נקודות קיצון של הפונקציה וסוגן.
- ג. תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
- ד. נקודות חיתוך עם הצירים (אם יש כאלה).
- ה. אסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ז. נגדיר $g(x) = f'(x)$ השטח המוגבל על ידי הפונקציה $g(x)$, ציר ה- x והישרים $x = e^{2b}$ ו- $x = e^{4b}$ שווה ל- $-\frac{5}{384}$.
חשב את ערך הפרמטר b .

תשובות למתכונת מספר 7 – שאלון 582

1 א. $y^2 = 12x$. ב. (1) 36 . (2) $x^2 + (y+6)^2 = 45$.

2 ג. (1) $v = 128\sqrt{3}$. (2) $\sqrt{3}x + y - z + 8 = 0$.

3 א. $1 < a < 3$. ב. (1) 26.56° , 153.44° . (2) 126.87° .

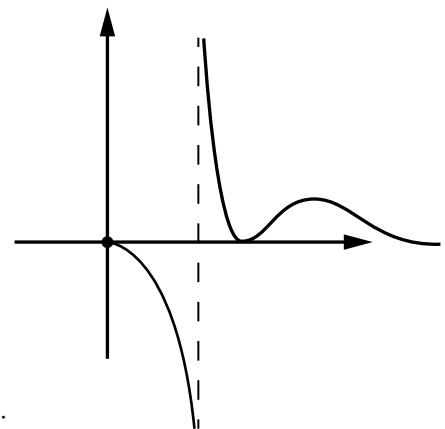


4 א. (1) $x \neq 1$. (3) $(0, 1)$. (4) $x = 1$ (משמאל) . (5) $y = \frac{1}{e}$.

(6) $y = \frac{1}{e^2}x - \frac{1}{e^2}$. (7) $a = 1\frac{1}{4}$.

5 א. $x > 0$. ב. מינימום: $(e^b, 0)$, מקסימום: $(e^{7b}, \frac{4}{81b})$. ג. תחומי עליה: $e^b < x < e^{7b}$.

תחומי ירידה: $x > e^{7b}$, $e^{-2b} < x < e^b$, $0 < x < e^{2b}$. ד. $(e^b, 0)$. ה. $y = 0$, $x = e^{-2b}$.



ג. $b = 2$.

ו.