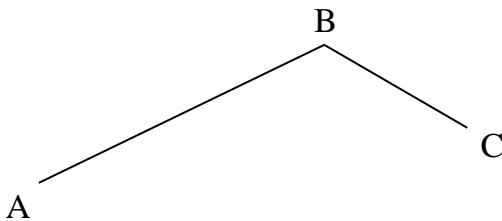


שאלון 581 - מתכונת 1 מותאמת למיקוד החורף 2021

לפניך שאלון הכולל 8 שאלות. בחר 5 שאלות מתוכן וענה עליהן (לכל שאלה 20 נק')

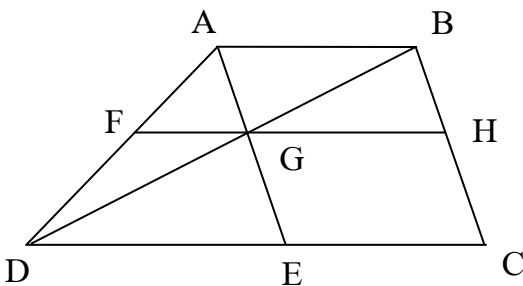
פרק ראשון - אלגברה והסתברות



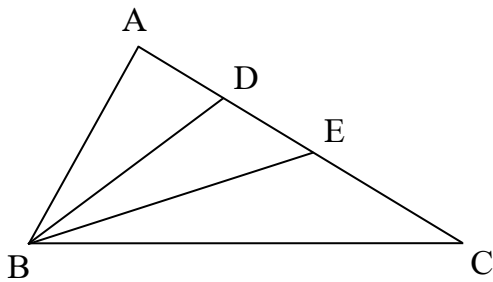
1. קטנוע נוסע מהנקודה A בעלייה לנקודה B ומשם בירידה לנקודה C. עם הגעתו לנקודה C הקטנוע מסתובב ושב באותה דרך לנקודה A. מהירות נסיעתו בירידה גבוהה ב- v קמ"ש ממהירות נסיעתו בעלייה. הקטנוע החל את נסיעתו במהירות 30 קמ"ש ונסע בסך הכל מרחק כולל של 360 ק"מ.
 - א. הבע באמצעות v את משך הנסיעה הכולל של הקטנוע.
 - ב. נתון: $15 < v < 6$ קמ"ש.
- קבע מהו טווח הערכים האפשרי של זמן הנסיעה הכולל של הקטנוע. נמק את תשובתך.
- ג. נתון שזמן הנסיעה הכולל של הקטנוע היה 10.5 שעות. הזמן שחלף מיציאתו מהנקודה A ועד הגעתו לנקודה C היה ארוך ב-30 דקות מזמן נסיעתו מהנקודה C לנקודה A. הקטנוע הגיע לנקודה B לראשונה בשעה 13:00. חשב באיזו שעה חזר לנקודה B.
2. נתונה הסדרה ההנדסית האינסופית היורדת a_n : a_1, a_2, a_3, \dots , שמנתה q ואיבריה חיוביים. באמצעות איברי הסדרה, מגדירים את הסדרה החדשה b_n : $a_1 \cdot a_2, a_2 \cdot a_3, a_3 \cdot a_4, \dots$.
 - א. קבע האם הסדרה b_n היא סדרה הנדסית או שאינה הנדסית. נמק את תשובתך.
 - ב. לפניך ארבע טענות. רק אחת מהן נכונה. קבע איזו מהן נכונה ונמק את תשובתך:
 - i. בהכרח מתקיים: $a_2 < b_2$.
 - ii. בהכרח מתקיים: $b_2 < a_2$.
 - iii. אם a_1 הוא מספר טבעי אז בהכרח מתקיים: $a_2 < b_2$.
 - iv. אם a_1 הוא מספר טבעי אז יתכן שמתקיים: $b_2 < a_2$.
 - ג. כעת מכפילים ב- (-1) את האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה a_n . לאחר השינוי סכום הסדרה a_n שווה לסכום הסדרה b_n . נתון: $1 < a_1 < 5$. מצא את תחום הערכיים האפשריים של q . נמק.
 - ד. נתון שסכום הסדרה a_n לאחר השינויים הוא 1.5. מצא את q .

3. נתונים שני שקים. בשק א' 3 כדורים כחולים ובשק ב' 2 כדורים כחולים. נופר לוקחת 5 כדורים אדומים ומכניסה את חלקם לשק א' ואת היתר לשק ב'. לאחר מכן, היא בוחרת באקראי כדור אחד משק א' ומשאירה אותו בחוץ. לאחר מכן היא מוציאה כדור אחד משק ב' ומשאירה אותו בחוץ. ההסתברות שבסוף התהליך יהיו מונחים מחוץ לשקים שני כדורים בעלי אותו צבע קטנה מ-0.5.
- א. הסבר כמה כדורים אדומים יתכן שנופר הכניסה לשק א'.
- ב. ידוע שרוב הכדורים האדומים הוכנסו מראש לשק א'. בנוסף, נתון ששני הכדורים שהיו מונחים מחוץ לשקים היו כחולים. נופר לוקחת את הכדורים שנותרו בשק א' ומכניסה אותם לשק ג' שבו היו n כדורים צהובים. הבע באמצעות n את ההסתברות להוציא משק ג' כדור שאינו צהוב.
- ג. נופר מוציאה באקראי כדור משק ג', בודקת את צבעו ומחזירה אותו פנימה. היא חוזרת על התהליך חמש פעמים. ההסתברות שתוציא פעמיים כדור צהוב שווה להסתברות שתוציא פעמיים כדור שאינו צהוב. מצא את n.

פרק שני - גיאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. הנקודה E נמצאת על הבסיס CD בטרפז ABCD.
- נתון: $AE \parallel BC$. האלכסון BD חותך את הקטע AE בנקודה G.
- G הנקודות F ו-H נמצאות על שוקי הטרפז כך שהישר FH עובר בנקודה G ומקביל לבסיסי הטרפז, כמתואר בשרטוט.
- א. הוכח: $\frac{AB}{DE} = \frac{AF}{DF}$.
- ב. העבר את הישרים AC ו-EF. הוכח: $EF \parallel AC$.
- ג. נתון: $DE = 4k, CD = 7k$. נסמן את שטח הטרפז ACEF באמצעות S. הבע באמצעות S את שטח המשולש $\triangle DEG$.



5. במשולש ישר הזווית $\triangle ABC$ ($AB \perp AC$) הקטעים BD

ו-BE מחלקים את הזווית $\angle ABC$ לשלוש זוויות שוות.

נסמן: $\angle ABD = \alpha$.

א. מצא את תחום הערכים האפשרי של α .

ב. הבע באמצעות α את היחס בין שטחי המשולשים: $\frac{S_{\triangle BCE}}{S_{\triangle ABC}}$.

ג. במסגרת התחום שמצאת בסעיף א', קבע האם ככל שנגדיל את α , היחס שמצאת בסעיף ב' יגדל או יקטן. נמק את תשובתך.

ד. נתון: $BD = 2DE$. חשב את היחס שמצאת בסעיף ב'.

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, פונקציות שורש, פונקציות

רציונליות ופונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{m}{\sqrt{mx-x}}$ ($0 < m$).

א. הבע באמצעות m , במידת הצורך, את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. קבע האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x . נמק את תשובתך.

ג. הבע באמצעות m , במידת הצורך, את שיעורי נקודת הקיצון A של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

ד. האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ נחתכות בנקודות B ו-C. שטח המשולש $\triangle ABC$ הוא 8 יח"ר.

מצא את m .

ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

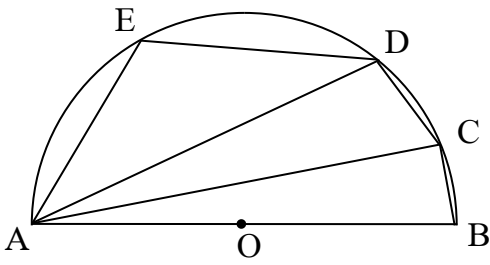
ו. הגדירו את הפונקציה: $g(x) = f(x-k) + k$ שנקודת הקיצון שלה נמצאת על אחת האסימפטוטות

של הפונקציה $f(x)$.

1. מצא את הערכים האפשריים של k .

2. בחר בערך k הגבוה מבין אלו שמצאת.

קבע האם יתכן שעבור n טבעי כלשהו מתקיים: $\int_{n+8}^{n+10} g(x) dx > 9$. נמק את תשובתך.



7. הנקודות C ו-D נמצאות על חצי מעגל שמרכזו בנקודה O והקוטר שלו הוא AB כמתואר בשרטוט.

נתון: $\angle CAD = \angle BAC = x$.

א. הבע באמצעות x את הזוויות $\angle ADC$ ו- $\angle ACD$.

ב. נסמן: $AO = R$.

הוכח ששטח המשולש $\triangle ACD$ הוא: $\frac{R^2 \cdot \sin 4x}{2}$.

ג. נתון ששטח המשולש $\triangle ACD$ המקסימלי הוא 18 סמ"ר. מצא את R.

ד. הנקודה E נמצאת על הקשת AD כמתואר בשרטוט.

כאשר שטח המשולש $\triangle ACD$ הוא מקסימלי, חשב את הזווית $\angle AED$.

8. נתונה משפחת הפונקציות: $f(x) = \frac{x^2}{x^4 + (-1)^n}$ עבור כל n טבעי.

א. קבע האם קיימים ערכי n שעבורם הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x. נמק.

ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציות $f(x)$ עם הצירים.

ג. הבחן בין ערכי n שונים ומצא עבור הפונקציות $f(x)$ את:

1. שיעורי נקודות הקיצון וסוגן, אם יש כאלו.

2. האסימפטוטות המקבילות לציר ה-x, אם יש כאלו.

ד. שרטט סקיצות של גרף הפונקציה $f(x)$ עבור ערכי n שונים.

ה. כאשר $n = 9$ מתקבלת הפונקציה $g(x)$. כאשר $n = 16$ מתקבלת הפונקציה $h(x)$.

לפניך שלוש טענות. עבור כל טענה קבע אם היא נכונה או שגויה עבור כל k טבעי גדול מ-1. נמק.

i. $h(k) < g(k)$

ii. אם מתקיים: $\int_k^{k+1} h(x) dx = t$ אז יתכן ש: $\int_{-k-1}^{-k} g(x) dx < t$

iii. ככל ש-k גדול יותר כך ערך הביטוי: $\int_0^{\frac{1}{k}} (h(x) - g(x)) dx$ הוא גדול יותר.

בהצלחה!

(התשובות בעמוד הבא)

למבצעי הנחות בהזמנות מרוכזות של ספרי ארכימדס לבית הספר בקישור: <https://bit.ly/3nthuVc>

לשאלות נוספות בשאלון 581 באתר הוצאת ארכימדס: <https://bit.ly/359PZb6>



סרטוני פתרונות מלאים לכל השאלות בספר נמצאים באתר 'מתמטיקורס' בקישור <https://matematiccourse.com/> או בסריקת הקוד המצורף משמאל:

תלמידים, מעוניינים להצטרף לרשימת התפוצה של ארכימדס לתלמידי תיכון (4 ו-5 יח"ל)? כנסו לקישור: <https://bit.ly/2GkDX6s> ומלאו את הפרטים!

מורים, מעוניינים להצטרף לרשימת התפוצה של ארכימדס למורי תיכון ולקבל חומרי לימוד ושאלות להעמקה? כנסו לקישור: <https://bit.ly/3a6kt1S> ומלאו את טופס ההצטרפות בתחתית עמוד הכניסה.

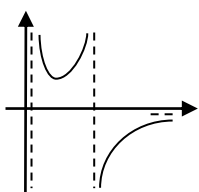
תשובות:

1 א. $\frac{360 + 6v}{30 + v} = 6 + \frac{180}{30 + v}$. ב. בין 10 ל-11 שעות. ג. 16:30

2 א. הסדרה b_n היא סדרה הנדסית. ב. iv. ג. $\frac{1}{6} < q < \frac{1}{2}$. ד. $q = \frac{1}{3}$

3 א. אחד, שניים או ארבעה. ב. $\frac{6}{n+6}$. ג. $n = 6$. ד. $\frac{16}{33}S$

5 א. $0^\circ < \alpha < 30^\circ$. ב. $\frac{1}{2 \cos 2\alpha}$. ג. יגדל. ד. 0.68



6 א. $m < x$ או $0 < x < m$. ב. לא. ג. $\min\left(\frac{m}{4}, 4\right)$. ד. $m = 4$. ה.

ו. 1) $k = -4, -1, 3$. 2) לא יתכן.

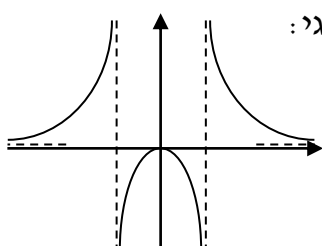
7 א. $\sphericalangle ADC = 90^\circ + x$, $\sphericalangle ACD = 90^\circ - 2x$. ג. $R = 6$. ד. 135°

8 א. עבור כל n זוגי. ב. $(0, 0)$

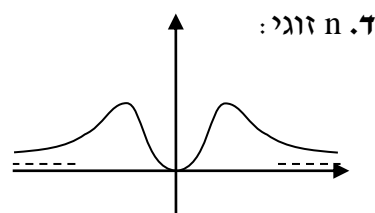
ג. 1) זוגי: $\max(1, 0.5)$, $\min(0, 0)$, $\max(-1, 0.5)$; n אי זוגי: $\max(0, 0)$

2) זוגי: $y = 0$; n אי זוגי: $x = -1, x = 1, y = 0$

ה. i) נכונה. ii) שגויה. iii) שגויה.



n אי זוגי:



n זוגי: