

שאלון 581 - מתכונת 2019**פרק ראשון - אלגברה והסתברות (40 נק')**
ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נק')

1. ב-9:00 יצא רוכב אופניים מנהריה ורכב במהירות קבועה v להרצליה. ב-10:00 בבוקר יצא מהרצליה רוכב אופנוע והחל לנסוע במהירות קבועה לנהריה. השניים חלפו זה על פני זה בנקודה A שמרחקה מהרצליה גדול פי 2 ממרחקה מנהריה. ברגע בו נפגשו הגביר רוכב האופניים את מהירותו פי 2 והמשיך לרכב במהירות זו. רוכב האופנוע הגיע ליעדו שעה וחצי לפני שרוכב האופניים הגיע ליעדו.
- א. הבע באמצעות v את:
1. מהירות רוכב האופנוע. 2. המרחק בין נהריה להרצליה.
- ב. רוכב האופנוע הגיע ליעדו, הסתובב והחל לנסוע בחזרה להרצליה במהירות גבוהה ב-20 קמ"ש ממהירותו הקודמת. על הדרך שבין נהריה להרצליה, במרחק 20 ק"מ מהרצליה יש מסעדה. המרחק בין הנקודה A למסעדה קצר מ-80 ק"מ. מצא עבור אילו ערכי v , רוכב האופנוע יגיע למסעדה לפני רוכב האופניים.
2. בסדרה חשבונית עולה $1 + 4n$ איברים. האיבר האחרון בסדרה גדול פי 1.8 מהאיבר האמצעי.
- א. קבע האם האיבר הראשון בסדרה חיובי או שלילי. נמק.
- ב. נתון שהאיבר האמצעי בסדרה קטן פי 24 מסכום שאר האיברים. מצא כמה איברים בסדרה.
- ג. מצא את ערך k הגבוה ביותר שעבורו סכום k האיברים הראשונים בסדרה קטן מהאיבר הנמצא במקום ה-23.
- ד. בסעיף זה השתמש בערך k שמצאת. בעזרת איברי הסדרה יצרו סדרה חדשה באופן הבא:
- את כל אחד מ- $2k$ האיברים הראשונים בסדרה המקורית חילקו באיבר שֶׁאֲחֶרְיוֹ. שאר האיברים חולקו בערך המוחלט של עצמם. עבור כל טענה, קבע אם נכונה או שגויה. נמק.
1. סכום הסדרה החדשה בהכרח קטן מסכום הסדרה המקורית.
2. סכום הסדרה החדשה בהכרח נמוך מ-25.

3. ניידת טיפול רפואי של בעלי חיים אוספת כלבים וחתולים ובודקת אם הם בריאים או חולים. מחצית מהנבדקים נמצאו בריאים. נסמן ב- p את ההסתברות לבחור מבין כלל הנבדקים חתול שנמצא בריא. ההסתברות לבחור כלב מבין כלל הנבדקים שווה להסתברות לבחור מבין כלל הנבדקים חתול בריא או בעל חיים חולה כלשהו.

א. לפניך 4 טענות. קבע איזו מהטענות הבאות היא נכונה ונמק:

- i) יתכן שמספר החתולים שנבדקו גדול ממספר הכלבים שנמצאו בריאים.
 ii) יתכן ש: $p = 0.2$.

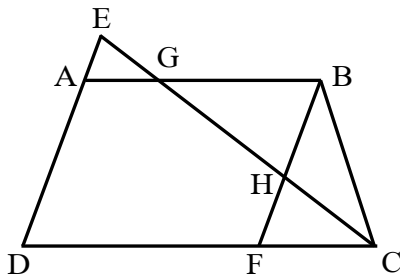
iii) יתכן שההסתברות לבחור כלב בריא מבין כלל הכלבים היא: $\frac{1}{9}$.

iv) יתכן שסך הכל נבדקו 65 בעלי חיים.

- ב. עדי בוחר באקראי בעל חיים שנבדק, מלטף אותו ומחזיר אותו לאחרים. הוא מבצע את התהליך 4 פעמים. ההסתברות שמחצית מבעלי החיים שליטף הם כלבים היא 0.3456. חשב את ההסתברות לבחור חתול חולה מבין כלל החתולים שנבדקו.
 ג. מיכל בוחרת באקראי חתול שנבדק, מלטפת ומחזירה אותו לאחרים. היא מבצעת את התהליך 4 פעמים. ידוע שרק חלקם מהחתולים שליטפה בריאים. חשב את ההסתברות שרובם בריאים.

פרק שני - גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נק')
 ענה על אחת מהשאלות 4-5 (לכל שאלה 20 נק')

4. הקטע BF מקביל לשוק AD בטרפז ABCD. הנקודה E נמצאת על המשך השוק AD. הקטע CE חותך את הבסיס AB ואת הקטע BF בנקודות G ו-H בהתאמה. הקטע DF ארוך פי שישה מהקטע AE. נתון: $AG = 4$ ס"מ, $CF = 6$ ס"מ, $AD = 7$ ס"מ.



א. חשב את אורכי הקטעים:

1. AE . 2. HF .

ב. נתון: $BC = 8$ ס"מ. הוכח: $\angle BCH = \angle FCH$.

5. בשרטוט מופיעים שני המלבנים החופפים ABCD ו-AEFG. נסמן: $\angle DAE = \alpha$.

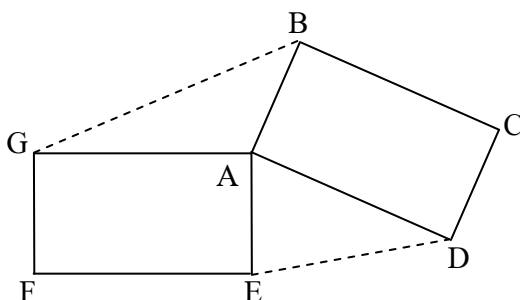
א. הבע באמצעות α את גודל הזווית הקהה $\angle BAG$.

ב. נתון: $DE = \sqrt{6}$ ס"מ, $BG = \sqrt{12}$ ס"מ.

חשב את אורך האלכסון BD.

ג. נתון ששטח המרובע BDEG מהווה 60% משטח המשושה BCDEFG. מצא את α .

ד. חשב את שטח המלבן ABCD.



פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, פונקציות שורש, פונקציות רציונליות ופונקציות טריגונומטריות (40 נק')

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נק')

6. לפונקציה: $f(x) = \frac{(x^2 - x + 4)(x - p)}{x^2(x^2 - x - 12)}$ יש שתי אסימפטוטות אנכיות שאחת מהן חותכת את

ציר ה- x מימין לראשית הצירים. לפונקציה יש נקודת קיצון אחת ואין לה נקודות פיתול.

א. מצא את הפרמטר p ואת תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את האסימפטוטות של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתון שהישר $y = k$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 2$.

מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = |f(x)|$.

1. מצא כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = -2k$ וקבע האם מכפלתם חיובית או שלילית. נמק.

2. למשוואה $g(x) = m$ יש פתרון אחד. קבע האם פתרון זה הוא חיובי או שלילי. נמק.

3. נתון: $\int_1^3 f(x) dx = b$. הבע באמצעות b את ערכי האינטגרלים הבאים:

$$\int_1^3 g(x) dx = \text{א.} \quad \int_1^3 g(x) + 2f(x) dx = \text{ב.} \quad \int_1^3 b \cdot \frac{f(x)}{g(x)} dx = \text{ג.}$$

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) - \frac{\pi x}{12}$.

- א. קבע האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית, אי זוגית או שאינה זוגית ואינה אי זוגית.
 ב. נתון שגרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בנקודה A . משוואת הישר המשיק לגרף

הפונקציה בנקודה A היא: $y = \frac{\pi}{12} \cdot x$.

מצא בתחום $0 \leq x \leq 10$ את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ ואת סוגן.

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום: $-10 \leq x \leq 10$.

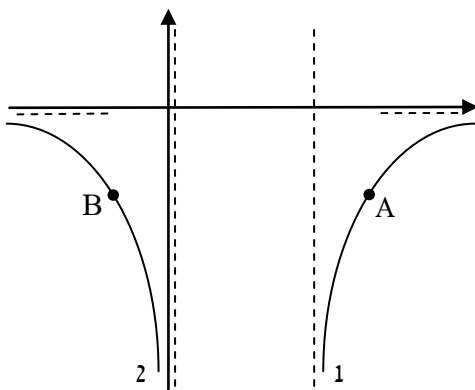
ד. נתון: $g'(x) = f(x)$. שתיים מנקודות הקיצון הפנימיות של $g(x)$ בתחום $-10 \leq x \leq 10$ הן:

$B(b, y_b)$ ו- $C(c, y_c)$. נתון: $c < 0 < b < 4$. עבור כל טענה קבע אם היא נכונה או שגויה ונמק:

1. יתכן שמתקיים: $y_c < y_b$.

2. בהכרח מתקיים: $\int_c^5 f(x) dx < 0$.

ה. אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ נמצאת בראשית הצירים. מצא את הפונקציה $g(x)$.



8. לפניך גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{4 - \sqrt{x}}$ בתחום: $16 < x$

וגרף הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{2 - \sqrt{4 - x}}$ בתחום: $x < 0$.

הנקודות $A(x_A, y_A)$ ו- $B(x_B, y_B)$ נמצאות בהתאמה על

גרפים 1 ו-2 כך שהישר AB מאונך לציר ה- y . נסמן: $x_A = t$.

א. הבע באמצעות t את שיעורי הנקודה B .

ב. מצא עבור ערך של t ערך הביטוי $\frac{(x_A)^2}{x_B}$ יהיה מקסימלי.

בהצלחה!

תשובות:

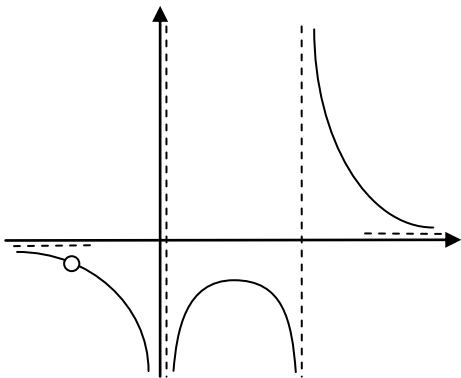
1. א. $4v$ (2) $.6v$ ב. $20 < v < 25$

2. א. חיובי. ב. 25 איברים. ג. $k = 4$. ד. 1. שגויה. 2. נכונה.

3. א. טענה ii. ב. 0.75. ג. 0.069.

4. א. 1) 2 ס"מ. 2) 3 ס"מ.

5. א. $\angle BAG = 180^\circ - \alpha$. ב. 3 ס"מ $BD =$. ג. $\alpha = 30^\circ$. ד. $\sqrt{3}$ סמ"ר.



6. א. $p = -3$. תחום ההגדרה: $x \neq -3, 0, 4$.

ב. $y = 0, x = 0, x = 4$.

ג. עליה: $0 < x < 2$.

ירידה: $x < -3$ או $-3 < x < 0$ או $2 < x < 4$ או $4 < x$.

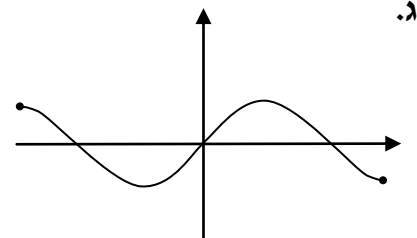
ד. השרטוט משמאל.

ה. 1) ארבעה פתרונות. מכפלתם שלילית. 2) חיובי.

3. א. $-b$. ב. b . ג. $-2b$.

7. א. אי זוגית. ב. פנימית: $\max(2, 0.34)$. בקצה התחום: $\min(0, 0), \min(10, -3.48)$.

ד. 1) שגויה. 2) נכונה. ה. $g(x) = -\frac{6}{\pi} \cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) - \frac{\pi x^2}{24} + \frac{6}{\pi}$



8. א. $B(4\sqrt{t} - t, \frac{1}{4 - \sqrt{t}})$. ג. $t = 36$.