

שלום רב,

המתכונת שלפניכם הורכבה משאלות מעניינות ומעוררות מחשבה שנבחרו מספר ארכימדס בשאלון 582. לכל השאלות יש פתרונות מוסרטים מלאים חינם באתר 'מתמטיקורס' בקישור:

<https://matematiccourse.com/courses/מתכונת-ארכימדס-582-לפי-המיקוד-החדש/>

באתר 'מתמטיקורס' מופיעים סרטוני פתרונות מלאים לספרי ארכימדס בשאלונים 581, 582 ו-481.

תלמידים יכולים להצטרף לשיעורי העזר המקוונים שלנו לבגרות! לפרטים: www.archimedes100.co.il

לשאלות נוספות בסגנון הבגרות, ניתן לרכוש עותק דיגיטלי מוזל של ספרי ארכימדס באתר Classoos:

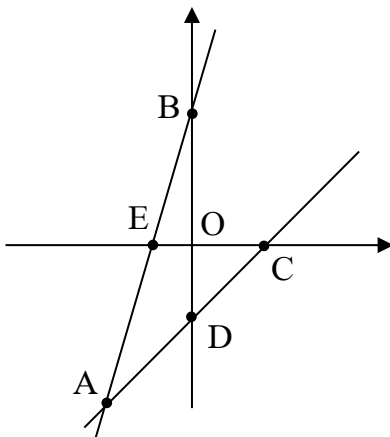
<https://my.classoos.com/il/search/store/ארכימדס>

בהצלחה!

מתכונת 582

במבחן שלפניך 5 שאלות. בחר 3 שאלות מהן וענה עליהן (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נק'):

פרק ראשון - גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים



1. מהנקודה $A(-2, -4)$ יוצאים שני ישרים החותכים את הצירים

בנקודות B, C, D ו- E כמתואר בשרטוט.

שטחו של כל אחד מהמשולשים $\triangle BEO$ ו- $\triangle COD$ הוא 2 יח"ר.

א. מצא את משוואות הישרים AB ו- AC .

ב. הישר $y = -2x + p$ ($4 < p$) יוצר משולש עם הישרים AB ו- AC .

מפגש התיכונים במשולש נמצא על הישר BC . מצא את p .

ג. הישר $y = -2x + p$ חותך את הצירים בנקודות M ו- N .

נתונה הנקודה F כך ששטח המשולש $\triangle MNF$ הוא s .

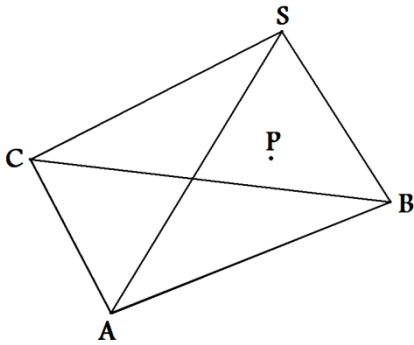
המקום הגיאומטרי של כל הנקודות F האפשריות, חותך את הצירים. מבלי למצוא את המקום

הגיאומטרי של הנקודות F , קבע אילו מהטענות הבאות, אם בכלל, הן נכונות:

i. יתכן שהמקום הגיאומטרי והצירים נחתכים בשתי נקודות בלבד.

ii. יתכן שהמקום הגיאומטרי והצירים נחתכים בשלוש נקודות בלבד.

iii. יתכן שהמקום הגיאומטרי והצירים נחתכים בארבע נקודות בלבד.



2. בטראדר $SABC$ נתון: $\overline{CA} = \underline{u}$, $\overline{CB} = \underline{v}$, $\overline{CS} = \underline{w}$,

$|\underline{u}| = |\underline{v}| = 1$, $|\underline{w}| = \sqrt{2}$. תיכוני הפאה SAB נפגשים בנקודה P .

נתון: $\angle SCB = \angle BCA = \angle SCA = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).

א. הבע באמצעות \underline{u} ו- \underline{v} את הווקטורים: \overline{CP} ו- \overline{SP} .

ב. הוכח: הזווית $\angle SPC$ קהה עבור כל α בתחום שהוגדר.

ג. הווקטור: $\underline{x} = \frac{(m+1)}{3} \cdot \underline{v} + \frac{(2-3m)}{4} \cdot \underline{u} + \frac{2m}{3} \cdot \underline{w}$ יוצא מן הקדקוד C לכיוון המישור שעליו

מונחת הפאה ABS . מצא לאילו ערכי m הווקטור \underline{x} :

1. מסתיים על הישר BS בנקודה הנמצאת בין B לבין S .

2. חותך את המישור ABS ומסתיים מעבר אליו.

3. הנקודה A היא מוקד הפרבולה $y^2 = 2px$ ($0 < p$).

הישר $x = 2p$ חותך את הפרבולה בנקודה B ברביע הראשון ובנוסף בנקודה C .

א. היעזר בפרמטר p ומצא את התצוגה הקוטבית של המספרים Z_A , Z_B ו- Z_C המתאימים

לנקודות A , B ו- C במישור גאוס.

ב. מסובבים את קודקודי המשולש $\triangle ABC$ ביחס לראשית הצירים בזווית 45° נגד כיוון השעון.

הבע באמצעות p , במידת הצורך, את שיעורי קודקודי המשולש לאחר הזזתם.

ג. לאחר הזזתם, שניים מקודקודי המשולש נמצאים על אותו מעגל קונוי.

הנקודה D נמצאת על אותו מעגל קונוי.

1. קבע האם יתכן שהנקודה D נמצאת על מדריך הפרבולה $y^2 = 2px$. נמק.

2. נתון שהנקודה D אינה על מדריך הפרבולה. המספר Z_D מתאים לנקודה D והארגומנט שלו

הוא θ ($0^\circ < \theta \leq 360^\circ$). מצא את טווח הערכים האפשריים של θ .

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקציה $f(x) = (\ln^2 x - 2 \ln x)^n$ (n טבעי גדול מ-1).
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה וקבע האם יש לה אסימפטוטה. נמק את תשובתך.
 - מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 - על גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את שיעורי הנקודות שבהן מתקיים: $f'(x) = 0$ וקבע עבור כל נקודה האם היא נקודת מינימום, נקודת מקסימום או נקודת פיתול. הבחן בין ערכי n שונים.
 - שרטטו סקיצות של גרף הפונקציה $f(x)$ עבור המקרים בהם $n = 2k$ או $n = 2k + 1$. k טבעי.
 - נתון: $\int_1^{e^2} f(x) dx < 0$. שרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$.
 - לפניך מספר ביטויים. קבע איזה מהם הוא בעל הערך הגדול ביותר. נמק את תשובתך.

$\int_1^{e^2} f'(x) dx$.1	$\int_1^{e^3} f'(x) dx$.2	$\int_{0.5}^{e^2} f'(x) dx$.3
----------------------------	----------------------------	--------------------------------
5. נתונה משפחת הפונקציות: $f(x) = \frac{x^2}{e^x + (-1)^n \cdot x^2}$ עבור כל n טבעי.
- קבע האם קיימים ערכי n שעבורם הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x . נמק.
 - מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציות $f(x)$ עם הצירים.
 - נתון שפתרון המשוואה: $e^x = x^2$ הוא: $x = -0.7$.
- הבחן בין ערכי n שונים ומצא עבור הפונקציות $f(x)$ את:
- שיעורי נקודות הקיצון וסוגן.
 - האסימפטוטות המקבילות לציר ה- x .
 - שרטטו סקיצות של גרף הפונקציה $f(x)$ עבור ערכי n שונים.
 - כאשר $n = 11$ מתקבלת הפונקציה $g(x)$. כאשר $n = 28$ מתקבלת הפונקציה $h(x)$. קבע האם מתקיים: $h(k) < g(k)$. נמק את תשובתך (k טבעי).

בהצלחה!

(התשובות בעמוד הבא)

לכל השאלות יש פתרונות מוסרטים מלאים חינם באתר 'מתמטיקורס' בקישור:

<https://matematicourse.com/courses/מתכונת-ארכימדס-582-לפי-המיקוד-החדש/>

באתר 'מתמטיקורס' מופיעים סרטוני פתרונות מלאים לספרי ארכימדס בשאלונים 581, 582 ו-481.

תלמידים יכולים להצטרף לשיעורי העזר המקוונים שלנו לבגרות! לפרטים: www.archimedes100.co.il

לשאלות נוספות בסגנון הבגרות, ניתן לרכוש עותק דיגיטלי מוזל של ספרי ארכימדס באתר Classoos:

<https://my.classoos.com/il/search/store/ארכימדס>

תשובות:

1 א. $AC: y = x - 2, AB: y = 4x + 4$. ב. $p = 10$. ג. הטענות ii ו-iii נכונות.

2 א. $\overline{SP} = \frac{1}{3}\overline{v} + \frac{1}{3}\overline{u} - \frac{2}{3}\overline{w}, \overline{CP} = \frac{1}{3}\overline{v} + \frac{1}{3}\overline{u} + \frac{1}{3}\overline{w}$. ג. $m = \frac{2}{3}$ (1) . ב. $\frac{2}{3} < m$ (2)

3 א. $Z_C = 2\sqrt{2}\text{cis}(-45^\circ), Z_B = 2\sqrt{2}\text{cis}(45^\circ), Z_A = \frac{p}{2}\text{cis}0^\circ$

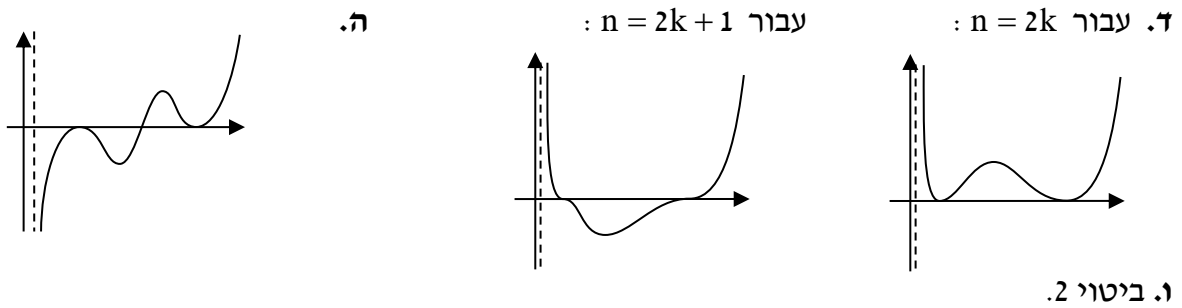
ב. $(2\sqrt{2}p, 0), (0, 2\sqrt{2}p), (\frac{p}{2\sqrt{2}}, \frac{p}{2\sqrt{2}})$

ג. 1) יתכן. 2) $0^\circ < \theta < 100.18^\circ$ או $100.18^\circ < \theta < 259.82^\circ$ או $259.82^\circ < \theta \leq 360^\circ$

4 א. תחום ההגדרה: $0 < x$. האסימפטוטה: $x = 0$. ב. $(1, 0), (e^2, 0)$

ג. עבור n זוגי: $\min(1, 0), \max(e, 1), \min(e^2, 0)$

עבור n אי זוגי: נקודת מינימום $(e, -1)$ ונקודות פיתול: $(1, 0), (e^2, 0)$



1. ביטוי 2.

5 א. עבור כל n זוגי. ב. $(0, 0)$

ג. 1) n זוגי: $\min(0, 0), \max(2, 0.35)$; n אי זוגי: $\min(0, 0), \max(2, 1.18)$

2) n זוגי: $y = 1, y = 0$; n אי זוגי: $y = -1, y = 0$

