

## מתכונת מספר 5 – שאלון 582

נכתב על ידי דוד צחור

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

**ענו על שתיים מהשאלות 1 – 3**

1) א. (1) מצאו את המקום הגיאומטרי של כל הנקודות במישור אשר המרחק של כל אחת מהן מהנקודה  $N(4,0)$  הוא  $\frac{4}{5}$  מהמרחק של כל אחת מהן מהישר  $x = \frac{25}{4}$ .

(2) מצאו את שיעורי הנקודה  $M$  עברה היקף המשולש  $PMN$

הוא קבוע עבור כל נקודה  $P$  שעל המקום הגיאומטרי הנ"ל ומצאו גם את ההיקף הקבוע.

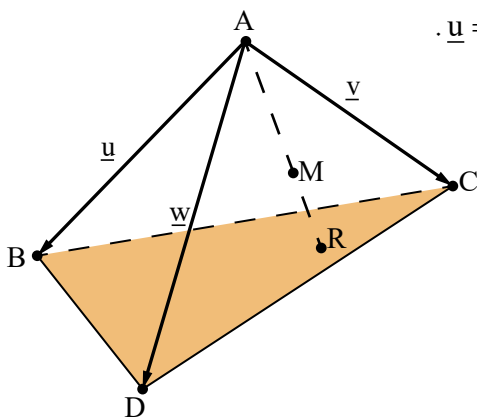
ב. הנקודה  $A$  נמצאת על המקום הגיאומטרי שמצאתם בסעיף א'.

ישר העובר דרך הנקודה  $A$  ומקביל לציר ה- $x$  חותך את ציר ה- $y$  בנקודה  $B$ .

הנקודה  $Q$  נמצא על הקטע  $AB$  ומקיימת:  $\frac{AP}{PB} = \frac{2}{3}$ .

מצאו וזהו את המקום הגיאומטרי של הנקודות  $Q$  המתקבלות באופן זה. (משוואה וצורה).

ג. מהן הנקודות המשותפות למקומות הגאומטריים שמצאתם בשני הסעיפים הקודמים? נמקו.



2) בפירמידה המשולשת  $ABCD$  נסמך:  $\underline{u} = \overline{AB}$ ,  $\underline{v} = \overline{AC}$ ,  $\underline{w} = \overline{AD}$ .

א. הביעו את  $\overline{CB}$  ואת  $\overline{CD}$  בעזרת  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$ .

ב. הנקודה  $M$  מקיימת:  $\overline{AM} = \frac{1}{5}\underline{u} + \frac{1}{4}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$ .

המשך  $M$  חותך את הפאה  $BCD$  בנקודה  $R$ .

(1) הראו כי הנקודה  $M$  מחלקת את  $AR$  ביחס  $13 : 47$ .

(2) הביעו את  $\overline{AR}$  בעזרת  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\underline{w}$ .

$$(3) \quad z_1 = \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)^8 \quad \text{הוא פתרון המשוואה}$$

$$z^4 + b \cdot z^2 + c = 0 \quad (b \text{ ו-} c \text{ הם ממשיים}).$$

א. מצאו את  $b$  ואת  $c$ .

ב. מצאו את כל שאר פתרונות המשוואה.

ג. מצאו את המקום הגיאומטרי של הנקודות במישור של

$$\text{גאוס המקיימות את המשוואה: } \left| \frac{z+2}{z+0.5} \right| = 2 \quad \text{והראו כי}$$

כל הפתרונות שמצאתם בסעיף ב' נמצאים על מקום גיאומטרי זה.

### פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

#### ענו על שאלה אחת מבין השאלות 4 – 5

$$(4) \quad \text{נתונה הפונקציה: } f(x) = x \cdot e^{1-\frac{x^2}{8}}$$

א. מצאו עבור הפונקציה  $f(x)$  את:

(1) תחום ההגדרה.

(2) נקודות החיתוך עם הצירים.

(3) נקודות הקיצון.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות שעל גרף הפונקציה שבהן עובר המשיק ששיפועו מינימלי.

ג. חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, ציר ה- $x$  והישרים  $x = 2\sqrt{2}$  ו- $x = -2\sqrt{2} + 1$ .

ד. הפונקציה  $g(x)$  מוגדרת על ידי:  $g(x) = f(x-1)$ .

(1) הוסיפו לסרטוט של סעיף א' סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מהו השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , ציר ה- $x$  והישרים  $x = 2\sqrt{2} + 1$  ו- $x = -2\sqrt{2} + 1$ ? נמקו.

ה. מגדירים פונקציה חדשה:  $h(x) = f(x) \cdot f'(x)$ .

מצאו עבור אילו ערכי  $x$  עובר גרף הפונקציה  $h(x)$  ברביע הראשון.

5 בסרטוט מתואר גרף הפונקציה  $f(x) = x \ln x - x$ .

א. מצאו את:

(1) תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) נקודות חיתוך עם הצירים (אם יש כאלו).

(3) שיעור ה- $x$  של נקודת המינימום.

ב. מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודה  $P$  שעל הגרף.

נסמן ב- $t$  את שיעור ה- $x$  של הנקודה  $P$ . נתון כי

$1 < t \leq e$ . המשיק חותך את ציר ה- $x$  בנקודה  $A$

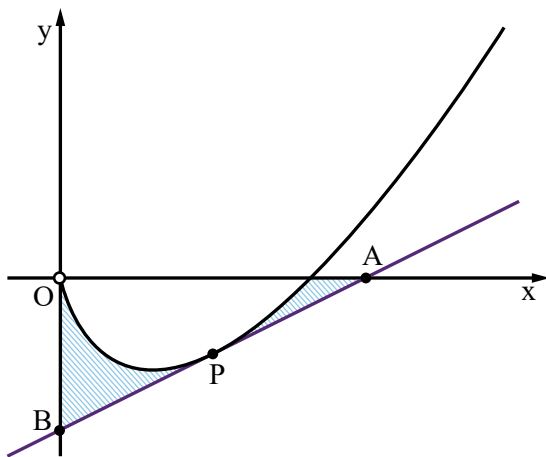
ואת ציר ה- $y$  בנקודה  $B$ .

(1) הביעו בעזרת  $t$  את שטח המשולש  $OAB$

( $O$  ראשית הצירים).

(2) מצאו עבור איזה ערך של  $t$  שטח המשולש

$OAB$  הוא מינימלי.



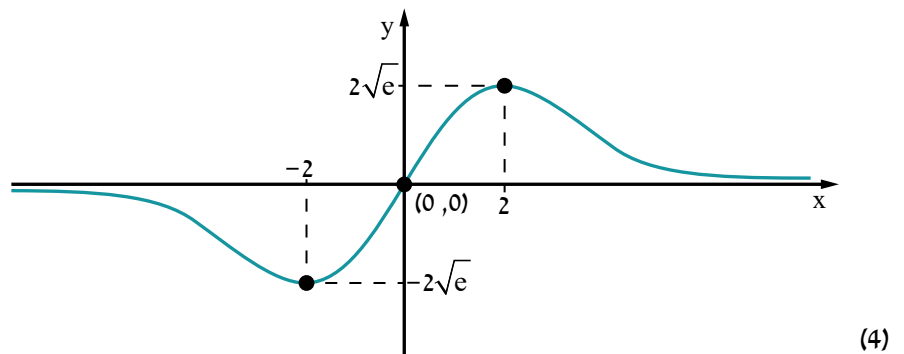
## תשובות למתכונת מספר 5 – שאלון 582

1 א. (1)  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  (2)  $M(-4, 0)$ , ההיקף הקבוע: 18. ב.  $x^2 + y^2 = 9$ , מעגל קונוני. ג.  $(-3, 0)$ ,  $(3, 0)$ .

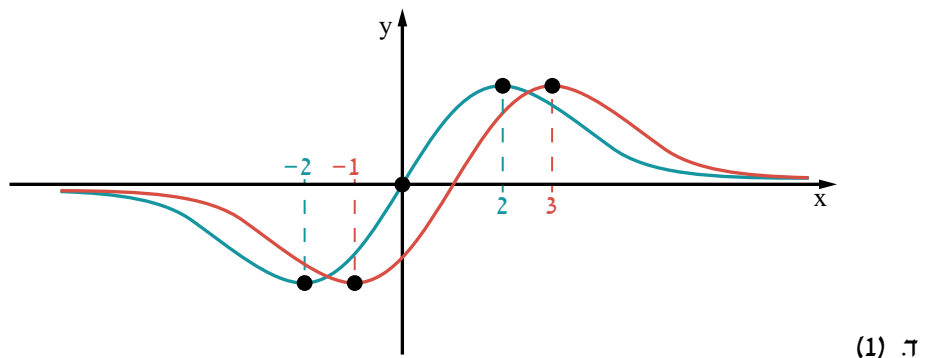
2 א.  $\overline{CB} = \underline{u} - \underline{v}$ ,  $\overline{CD} = \underline{w} - \underline{v}$ . ב. (2)  $\overline{AR} = \frac{12}{47}\underline{u} + \frac{15}{47}\underline{w} + \frac{20}{47}\underline{v}$ .

3 א.  $b = c = 1$ . ב.  $\text{cis}60^\circ$ ,  $\text{cis}120^\circ$ ,  $\text{cis}300^\circ$  או  $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ,  $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ,  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ . ג.  $x^2 + y^2 = 1$ .

4 א. (1) כל  $x$ . (2)  $(0, 0)$ . (3) נקודת מינימום:  $(-2, -2\sqrt{e})$ , נקודת מקסימום:  $(2, 2\sqrt{e})$ .



ב.  $(2\sqrt{3}, \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{e}})$ ,  $(-2\sqrt{3}, \frac{-2\sqrt{3}}{\sqrt{e}})$ . ג.  $8(e-1) \approx 13.746$ .



(2)  $8(e-1)$ . ה.  $0 < x < 2$ .

5 א. (1)  $x > 0$  (2)  $(e, 0)$  (3)  $x = 1$ . ב.  $\frac{t^2}{2 \ln t}$  (2)  $t = \sqrt{e}$ .