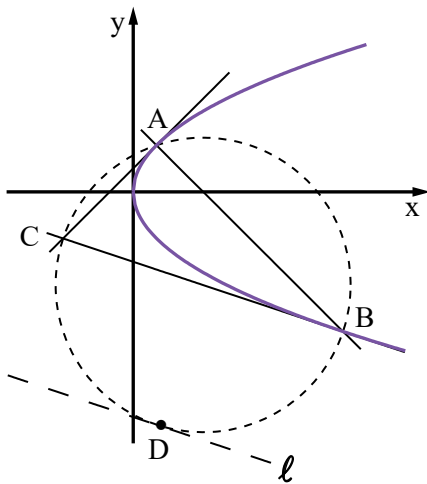


מתכונת מספר 4 – שאלון 582

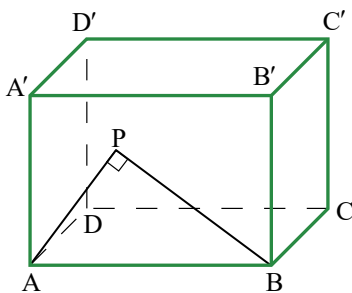
נכתב על ידי סרור אסעד

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענו על שתיים מהשאלות 1 – 3



- (1) בכל אחת מן הנקודות $A(t, 6)$ ו- $B(k, -18)$ הנמצאות על הפרבולה $y^2 = 2px$, מעבירים משיק לפרבולה כמתואר בציור. שני המשיקים נחתכים בנקודה C.
- א. הראו כי: $k = 9t$.
- ב. הביעו באמצעות p את שיפועי המשיקים AC ו-BC.
- ג. נתון: $C(-9, -6)$.
- (1) מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.
- (2) מצאו את משוואת הפרבולה.
- (3) הראו כי: $AB \perp AC$.
- ד. (1) מצאו את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC.
- (2) בנקודה D הנמצאת על המעגל, מעבירים משיק l , המקביל לצלע BC. מצאו את שיעורי הנקודה D.

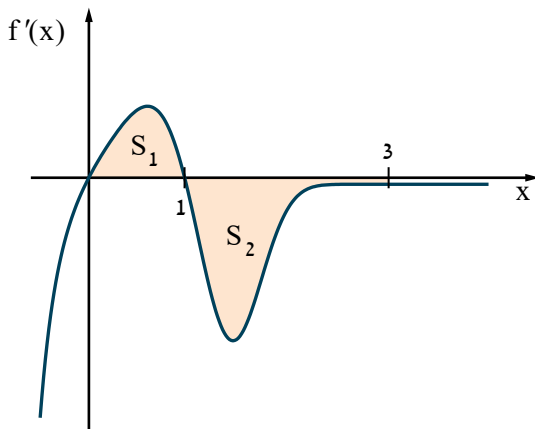


- (2) הנקודות $A(28, 10, -1)$ ו- $B(-2, m, -1)$ הן שתיים מקודקדיה של תיבה $ABCD A'B'C'D'$. הנקודה $P(21, 6, 12)$ נמצאת על מישור הפאה $ABB'A'$ ומקימת: $\angle APB = 90^\circ$. (ראו ציור).
- א. מצאו את m.
- ב. הנקודה P היא מרכז של מעגל. המעגל עובר דרך הקודקוד A. מצאו הצגה פרמטרית של הישר המשיק למעגל זה בקודקוד A.
- ג. מצאו הצגה פרמטרית לישר BC.
- ד. (1) מצאו הצגה פרמטרית לישר AA' .
- (2) שיעורי הקודקוד A' הם $(x, 5, z)$.
- ה. כתבו את משוואת המישור שעליו מונחת הפאה $A'B'C'D'$.
- (1) שיעורי הקודקוד C הם $(1, -11, -4)$.
- חשבו את נפח הפירמידה CABP.
- (2) מה ניתן לומר על נפח הפירמידה $C'ABP$ בהשוואה לנפח הפירמידה CABP? האם הוא: גדול יותר, קטן יותר או שווה לו? נמקו.

- (3) z_1 ו- z_2 מייצגים שתי נקודות שנמצאות על מעגל שמרכזו בראשית הצירים וגם על המקום הגיאומטרי $|\bar{z} - z| = 2$.
 נתון: $\arg z_1 = \frac{\pi}{4}$, $\angle z_1 O z_2 = \frac{\pi}{2}$ (ראשית הצירים).
 א. מצאו את z_1 ו- z_2 , אם נתון ש- z_2 נמצא ברביע הרביעי.
 ב. z_1 ו- z_2 הם בהתאמה האיברים הראשון והשני של סדרה הנדסית.
 (1) חשבו את: $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_{17}$.
 (2) הוכיחו שלכל מספר טבעי n מתקיים $S_{4n+2} = 2i$.
 ג. הוכיחו כי לכל מספר טבעי n מתקיים: $z_1^{4n+2} + z_2^{4n+2} = 0$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענו על שאלה אחת מבין השאלות 4 – 5



- (4) $f'(x)$ היא פונקציה המוגדרת לכל x . גרף הפונקציה $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בראשית הצירים ובנקודה $(1, 0)$ (ראו ציור). נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 3$ (השטח הצבוע בציור) שווה ל-3. נתון גם: $\int_0^3 f'(x) dx = -1$.
 א. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x (השטח S_1 המסומן בציור).
 ב. הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה קדומה לפונקציה $f'(x)$. נתון: $f(0) = 1$. מצאו את $f(1)$.
 ג. נתון גם כי הפונקציה $f'(x)$ מקיימת:
 $f'(x) = -(6x^2 - 2ax) \cdot \ln 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2x^3 - ax^2}$
 (1) חשבו את a .
 (2) מצאו את הפונקציה $f(x)$.
 (3) מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 ד. היעזרו בנתונים ובסעיפים הנ"ל וסרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

5) המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{a + b \cdot \ln 2x}{4x^2}$ בנקודה $A\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ מקביל לציר ה- x .

א. מצאו את a ו- b וקבעו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגה.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. מצאו את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה.

ה. מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים (במידה ויש כאלה).

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ז. (1) הראו כי: $f(x) = \frac{1}{4x^2} + \frac{\ln 2x}{2x^2}$

(2) $g(x)$ היא הפונקציה $g(x) = \frac{1 + \ln 2x}{x}$. מצאו את $g'(x)$.

(3) חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $f(x)$, הישר המאונך לציר ה- x

והעובר דרך נקודת הקיצון של גרף הפונקציה $f(x)$ והישר $x = 2$.

תשובות למתכונת מספר 4 – שאלון 582

1. א. $m_{BC} = \frac{p}{-18}$, $m_{AC} = \frac{p}{6}$. ג. (1) $A(3, 6)$, $B(27, -18)$. (2) $y^2 = 12x$. ד. (1) $(y-9)^2 + (y+12)^2 = 360$.

(2) $D(3, -30)$.

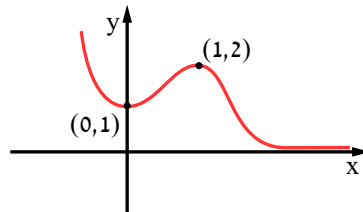
2. א. 4. ב. $\ell_1: \underline{x} = (28, 10, -1) + t(23, 2, 13)$. ג. $BC = \ell_2: \underline{x} = (-2, 4, -1) + t(-7, -4, 13)$.

ד. (1) $AA_1: \underline{x} = (28, 10, -1) + S(-1, 5, 1)$. (2) $-x + 5y + z + 39 = 0$. ה. (1) 1,053 . (2) נפח הפירמידה

C'ABP גדול מנפח הפירמידה CABP .

3. א. $z_1 = 1+i$, $z_2 = 1-i$. ב. (1) $256(1+i)$.

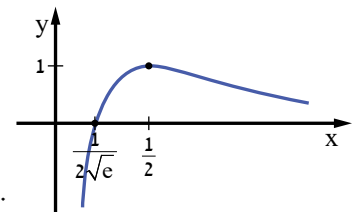
4. א. $S_1 = 1$. ב. $f(1) = 2$. ג. (1) $a = 3$. (2) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x^3-3x^2}$. (3) נקודת מינימום: $(0, 1)$.



נקודת מקסימום: $(1, 2)$. ד.

5. $a = 1$, $b = 2$; תחום ההגדרה: $x > 0$. ב. נקודת מקסימום: $(\frac{1}{2}, 1)$. ג. תחום העלייה: $0 < x < \frac{1}{2}$, תחום

הירידה: $x > \frac{1}{2}$. ד. $x = 0$, $y = 0$. ה. נקודת חיתוך עם ציר ה-x: $(\frac{1}{2\sqrt{e}}, 0)$, נקודת חיתוך עם ציר ה-y: אין.



ו. (2) $g'(x) = \frac{-\ln 2x}{x^2}$. (3) 6.67 .