

שאלון 582 - מתכונת 1 מותאמת למיקוד החורף 2021

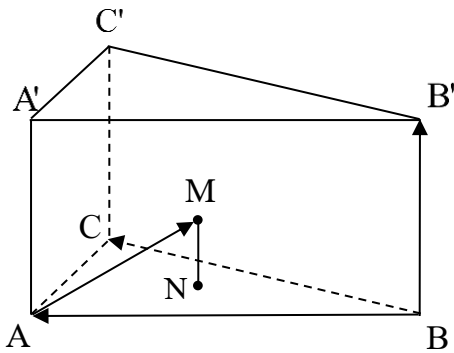
לפניך שאלון הכולל 5 שאלות. בחר 3 שאלות מתוכן וענה עליהן (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נק').

פרק ראשון - גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1. המעגל $x^2 + y^2 = 256$ חותך את הפרבולה $y^2 = 2px$ ברביע הראשון בנקודה A ואת הכיוון החיובי של ציר ה-x בנקודה B. ראשית הצירים בנקודה O. המשולש $\triangle ABO$ הוא שווה צלעות.
- א. מצא את משוואת הפרבולה.
- ב. מוקד הפרבולה בנקודה C. דרך הנקודה $D(24,0)$ עובר ישר המקביל למדריך הפרבולה וחותך את הפרבולה ברביע הרביעי בנקודה E. מצא את משוואת המקום הגיאומטרי שעליו מונחות הנקודות P עבורן מתקיים: $\angle CPE = 90^\circ$.
- ג. הנקודה M נמצאת על הפרבולה הנתונה בין הנקודה E לבין ראשית הצירים. מבין כל הנקודות הנמצאות על מדריך הפרבולה, הנקודה G היא הקרובה ביותר לנקודה M. קבע האם יתכן ש: $\angle MCG = 90^\circ$. נמק את תשובתך.

2. נתון המקום הגיאומטרי: $(1+i) \cdot (\bar{z} - z) = \bar{z} \cdot (2 - z)$.

- א. מצא את המקום הגיאומטרי ושרטט אותו על מערכת צירים במישור גאוס.
- ב. הוכח: $\cos \theta - i \sin \theta = \text{cis}(-\theta)$.
- ג. נתון שהמספר: $Z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (k \cos \beta - i k \sin \beta)^2$ נמצא על המקום הגיאומטרי שמצאת בסעיף א'.
- k הוא מספר ממשי חיובי. מצא את טווח הערכים האפשריים של k.
- ד. נתון ש-k הוא בעל הערך הגבוה ביותר האפשרי בטווח הערכים שמצאת בסעיף ג'. Z_1 הוא קדקוד במשולש החסום במקום הגיאומטרי שמצאת. אחד מקדקודי המשולש בראשית הצירים O.
- הקדקוד השלישי הוא: $Z_2 = 3R(\cos \alpha - i \sin \alpha)^7$, $(8^\circ < \alpha < 12^\circ)$.
1. קבע באיזה רביע נמצא הקדקוד Z_2 .
2. הנקודה P על הקטע OZ_1 כך ש: $OP = 2R$. הבע באמצעות R ו- α את שטח המשולש $\triangle OPZ_2$.



3. במנסרה המשולשת הישרה $ABCA'B'C'$ נתון: $AB=BC$.

תיכוני הבסיס ABC נפגשים בנקודה N . הקטע NM מאונך

למישור הבסיס ABC . נתון: $NM=t \cdot BB'$.

נסמן: $\vec{BC}=\underline{w}$, $\vec{BA}=\underline{y}$, $\vec{BB}'=\underline{u}$.

א. הבע באמצעות \underline{u} , \underline{y} , \underline{w} ו- t את הוקטור \vec{AM} .

ב. הוכח שהזווית $\sphericalangle BAM$ היא חדה.

ג. נתון שנפח המנסרה כולה גדול פי 6 מנפח הפירמידה $ABCM$. מצא את t .

ד. הנקודה A היא ראשית הצירים. הנקודות B ו- A' נמצאות על החלקים החיוביים של ציר ה- y

ושל ציר ה- z בהתאמה. שיעור ה- x של הנקודה C הוא שלילי.

1. עבור כל אחד משיעורי הנקודה $M(x_M, y_M, z_M)$, קבע האם הוא חיובי או שלילי.

2. נתון: $BB'=2m$. נסמן: $x_M=a$, $y_M=b$. נתונה הנקודה $P(3, -b, a)$.

הסבר מדוע הזווית בין הוקטורים \vec{AM} ו- \vec{AP} היא קהה.

פרק שני - גידול ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקציה: $f(x)=e^{-x}+x \cdot e^x$. למשוואה $f'(x)=0$ יש פתרון אחד.

א. הוכח שנקודת הקיצון היחידה של הפונקציה $f(x)$ נמצאת על ציר ה- y וקבע מהו סוגה.

ב. קבע האם לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית. נמק את תשובתך.

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. נתונה הפונקציה: $g(x)=e^x(x-1)-e^{-x}$.

1. הסבר מדוע גרף הפונקציה $g(x)$ עולה לכל x .

2. קבע האם יש לפונקציה $g(x)$ אסימפטוטה אופקית.

3. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ה. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$ לבין הצירים והישר $x=1$.

ו. נתונה הפונקציה $h(x)=x \cdot g(x)$. עבור כל טענה קבע האם היא נכונה או שגויה. נמק את תשובתך.

i. לפונקציות $h(x)$ ו- $g(x)$ יש שתי נקודות חיתוך שאחת מהן נמצאת ברביע הרביעי.

$$ii. \int_0^1 h(x) dx > \int_{-1}^0 (h(x)-g(x)) dx$$

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{a + \ln x}{x}$ ($0 < a$).

א. הבע באמצעות a , במידת הצורך את:

1. תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

2. שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ ואת סוגה.

3. שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

4. שיעור ה- x של נקודת הפיתול של הפונקציה $f(x)$.

5. האסימפטוטות המקבילות לצירים.

ב. נתון שנקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ היא מרכז מעגל המשיק לשני הצירים. שרטט סקיצות של

גרף הפונקציה $f(x)$ ושל הנגזרת $f'(x)$ באותה מערכת צירים וסמן את נקודת הפיתול של $f(x)$.

ג. נתונה הפונקציה $h(x) = f(x) - f'(x)$ שהגרף שלה חותך את ציר ה- x בנקודה אחת והיא $M(x_M, 0)$.

1. קבע איזו מהטענות הבאות היא הטענה הנכונה. נמק את תשובתך.

i. $\sqrt{e} < x_M$ ii. $1 < x_M < \sqrt{e}$ iii. $\frac{1}{e} < x_M < 1$ iv. $0 < x_M < \frac{1}{e}$

2. הסבר מדוע הפונקציה $h(x)$ חיובית בתחום: $x > x_M$.

3. קבע האם הטענה: $\int_{n+3}^{n+4} h(x) dx < \int_{n+5}^{n+6} h(x) dx$ נכונה או שגויה עבור כל n טבעי. נמק.

בהצלחה!

למבצעי הנחות בהזמנות מרוכזות של ספרי ארכימדס לבית הספר בקישור: <https://bit.ly/3nthuVc>

לשאלות נוספות בשאלון 582 באתר הוצאת ארכימדס: <https://bit.ly/2LIIqCj>



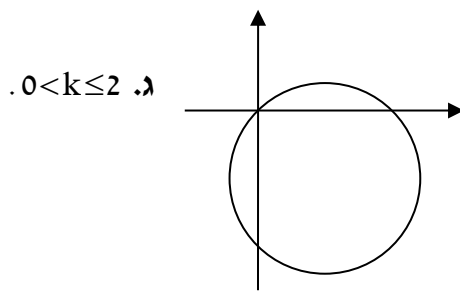
סרטוני פתרונות מלאים לכל השאלות בספר נמצאים באתר 'מתמטיקורס' בקישור <https://matematiccourse.com/> או בסריקת הקוד המצורף משמאל:

תלמידים, מעוניינים להצטרף לרשימת התפוצה של ארכימדס לתלמידי תיכון (4 ו-5 יח"ל)? כנסו לקישור: <https://bit.ly/2GkDX6s> ומלאו את הפרטים!

מורים, מעוניינים להצטרף לרשימת התפוצה של ארכימדס למורי תיכון ולקבל חומרי לימוד ושאלות להעמקה? כנסו לקישור: <https://bit.ly/3a6kt1S> ומלאו את טופס ההצטרפות בתחתית עמוד הכניסה.

תשובות:

1 א. $y^2 = 24x$. ב. המעגל $(x - 15)^2 + (y + 12)^2 = 225$ ללא הנקודות E ו-C. ג. לא יתכן.



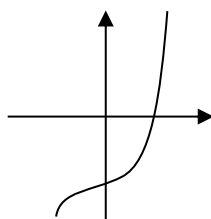
ג. $0 < k \leq 2$.

2 א. המעגל: $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$. השרטוט:

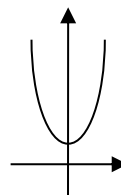
ד. 1 הרביעי. 2 $3R^2 \sin(7\alpha - 45^\circ)$

3 א. $\overline{AM} = \frac{1}{3}\underline{w} - \frac{2}{3}\underline{v} + t \cdot \underline{u}$. ג. $t = 0.5$. ד. 1 $0 < z_m, 0 < y_m, x_m < 0$

ה. $1.63 = 2 - \frac{1}{e}$ יח"ר.



ד. 2 אין. 3



4 א. $\min(0, 1)$. ב. אין. ג.

ג. (i) נכונה. (ii) שגויה.

5 א. 1. $0 < x$ 2. $\max(e^{1-a}, e^{a-1})$ 3. $(e^{-a}, 0)$ 4. $x = e^{1.5-a}$ 5. $x=0, y=0$

ג. 1. iii 3. נכונה.

