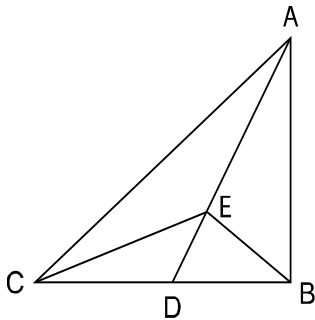


שאלון 581 - מתכונת 2017

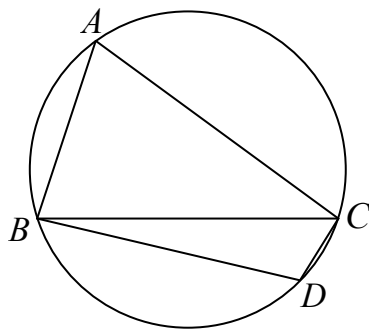
פרק ראשון - אלגברה והסתברות (40 נק')
ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נק')

1. במפעל ארבעה פועלים איכותיים וחמישה פועלים עצלנים, אשר אורזים מדי יום מכסת מתנות קבועה. הזמן הדרוש לפועל עצלן לסיים לבדו לארוז את המכסה היומית, ארוך פי שלושה מהזמן הדרוש לפועל איכותי. ביום א' הגיעו ששה מתשעת הפועלים ובתום שעה וחצי סיימו לארוז את המכסה היומית. ביום ב' הגיעו שלושת הפועלים האחרים וסיימו את בדיקת המכסה תוך שלוש שעות ושלושים ושש דקות.
- א. חשב כמה פועלים איכותיים התייצבו ביום ראשון.
- ב. מבין כל הצירופים האפשריים של שבעה פועלים, הגיעה ביום ג' השביעיה המבצעת את המשימה בקצב המהיר ביותר ותוך שלוש שעות ארזה 90 מתנות. חשב כמה מתנות בשעה אורז פועל עצלן.
2. נתונה נוסחת האיבר הכללי של סדרה: $a_n = k \cdot n + 6$ ($0 < k$).
- א. הוכח שהסדרה a_n היא חשבונית והבע באמצעות k את הפרשה.
- ב. בסדרה זו מחקו את ארבעת האיברים הראשונים. הבע באמצעות k את סכום k האיברים הראשונים שנותרו בסדרה לאחר המחיקה.
- ג. הסכום שמצאת בסעיף ב' קטן מ- $17k$. בסדרה שלאחר המחיקה, מצא את האיבר במקום ה- k .
3. בסקר שנערך על שימוש בתכשיר ניקוי, רבע מהמשתתפים היו גברים והיתר היו נשים. מחצית מהנשאלים טענו כי הם מרוצים מהתכשיר. רבע מהנשאלים כלל לא הכירו את התכשיר והיתר טענו כי אינם מרוצים ממנו. נגדיר את המאורעות:
- המאורע A הוא: "להיות אישה".
- המאורע B הוא: "להיות מרוצה מהתכשיר".
- המאורע C הוא: "לא להכיר את התכשיר".
- נתון: המאורעות A ו-C בלתי תלויים זה בזה. נסמן: $P(A \cap B) = m$.
- א. מצא את תחום הערכים האפשרי של m .
- ב. קבע האם יתכן שבמדגם של הסקר כלל לא היו נשים שמרוצות מהתכשיר. נמק.
- ג. נתון: המאורע "להיות גבר" אינו תלוי במאורע B. בחרו שלוש נשים. חשב את ההסתברות שרובן מרוצות מהתכשיר.

פרק שני - גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נק')
 ענה על אחת מהשאלות מהשאלות 4-5 (לכל שאלה 20 נק')



4. על הישר AD, שהוא חוצה זווית במשולש ישר הזווית ΔABC , נמצאת נקודת מפגש חוצי הזוויות E. נתון: $AB = 3$ ס"מ. $\angle ABC = 90^\circ$, שטח המשולש ΔACE גדול פי שניים משטח המשולש ΔCDE . חשב את:
 א. אורך היתר AC.
 ב. היחס בין שטחי המשולשים: $\frac{S_{\Delta ABE}}{S_{\Delta CDE}}$.



5. המרובע ABCD חסום במעגל. נתון: $AC = 1.6 \cdot AB$, $\angle ABC = 2\alpha$, $\angle ACB = \alpha$.
 א. חשב את ערכו של $\cos \alpha$.
 ב. נסמן: $\angle BCD = \beta$. נתון: $\sin \beta = \frac{5}{13}$ ($0^\circ < \beta < 90^\circ$). היעזר בזהויות טריגונומטריות וחשב ללא מחשבון את ערכו של $\sin \angle ABD$.
 ג. העבר את המיתר AD. חשב ללא מחשבון את היחס בין היקף המעגל לבין אורך הצלע AD.

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, פונקציות שורש, פונקציות רציונליות ופונקציות טריגונומטריות (40 נק')
 ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נק')

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{p \cdot \sin^2 x + a}$ בתחום: $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ ($p < 0, 0 < a$).

- א. קבע האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית, אי זוגית, או שאינה זוגית ואינה אי זוגית.
- ב. נתון שלפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית ב- $x = \frac{\pi}{4}$. הבע את p באמצעות a והיעזר בפרמטר a, במידת הצורך ומצא בתחום הנתון עבור גרף הפונקציה $f(x)$ את:
 - 1. האסימפטוטה האנכית הנוספת.
 - 2. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 - 3. נקודת החיתוך עם הצירים.
- ג. היעזר בסעיף א' ושרטט את גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום: $-\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$.
- ד. השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, הצירים והישר $x = \frac{\pi}{8}$ מסתובב סביב ציר ה-x. נפח גוף הסיבוב המתקבל הוא 8π יח' נפח. מצא את ערכו של הפרמטר a.

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = -\frac{8x+8a}{x^2}$ ($0 < a$).

א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את (היעזר בפרמטר a במידת הצורך):

1. האסימפטוטות. 2. נקודת הקיצון ואת סוגה.

3. נקודת החיתוך עם הצירים.

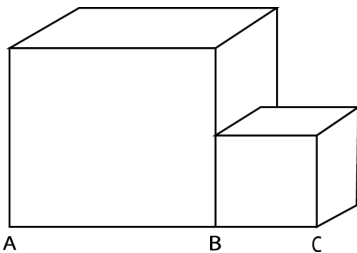
ב. שרטט על גבי אותה מערכת צירים את גרף הפונקציה $f(x)$ בקו רציף ואת גרף הנגזרת $f'(x)$ בקו מקווקו.

ג. הגדירו פונקציה חדשה: $h(x) = f'(x) \cdot f(x)$. נתון שהישר העובר דרך ראשית הצירים ודרך נקודת הקיצון של גרף הפונקציה $f(x)$ יוצר זוויות שוות עם שני הצירים.

1. מצא את ערכו של הפרמטר a .

2. קבע באיזה תחום ערכי הפונקציה $h(x)$ שליליים.

3. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $h(x)$ לבין ציר ה- x .



8. בשרטוט מופיעות שתי קוביות צמודות, קטנה וגדולה. מקצועות הבסיס

של הקוביות, AB ו- BC , נמצאים על הישר AC שאורכו 40 ס"מ.

ריצפו באריחים אדומים את פאות הקוביה הגדולה ובאריחים כחולים את פאות הקוביה הקטנה. השטח שבו שתי הקוביות צמודות זו לזו איננו מרוצף. עלות אריח אדום ששטחו 1 סמ"ר היא 1 ש"ח. עלות אריח כחול ששטחו 1 סמ"ר היא 2 ש"ח.

א. חשב את אורכו של המקצוע AB , שעבורו עלות הריצוף הכוללת היא מינימלית.

ב. כאשר עלות הריצוף הכוללת היא מינימלית, חשב את היחס בין נפחי הקוביות.

בהצלחה!

פתרונות:

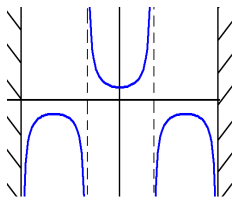
(1) א. שלושה. ב. שתי מתנות.

(2) א. k . ב. $\frac{k \cdot (k^2 + 9k + 12)}{2}$. ג. $a_5 = 11$.

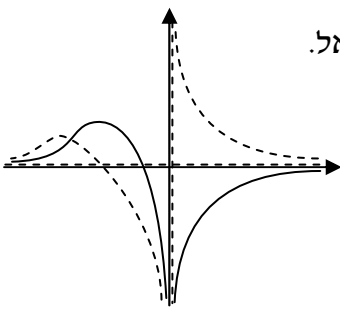
(3) א. $0.5 \leq m \leq \frac{5}{16}$. ב. לא יתכן כי $m = 0$ אינו מתאים לתחום שמצאת בסעיף א'. ג. 0.5.

(4) א. 5 ס"מ. ב. 1.2.

(5) א. $\frac{4}{5}$. ב. $\frac{56}{65}$. ג. $\frac{65\pi}{56}$.



(6) א. זוגית. ב. $(p = -2a)$. (1) $x = \frac{3\pi}{4}$. (2) $\max(\frac{\pi}{2}, -\frac{1}{a})$. (3) $\min(0, \frac{1}{a})$. ג. השרטוט משמאל. ד. $a = 0.25$.



(7) א. (1) $x = 0, y = 0$. (2) $\max(-2a, \frac{2}{a})$. (3) $(-a, 0)$. ב. השרטוט משמאל. ג. (1) $a = 1$. (2) $0 < x$ או $-2 < x < -1$. (3) 2 יחידות.

(8) א. 24 ס"מ. ב. $\frac{27}{8} = 3.375$.