

שאלון 581 - המתכונת הסודית של GOOL בגרויות

מורים יקרים ושותפים לדרך,

לפניכם בחינת מתכונת מקורית שכתב צוות המורים של אתר GOOL בגרויות לקראת מועדי הקיץ 2022. המתכונת נבדקה הן מבחינת רמת השאלות והן מבחינת רמת הבחינה כמכלול, על מנת שתוכל לשקף רמת בחינת בגרות.

מטרת המתכונת, אם תרצו בכך, היא לשמש אתכם לבחינת התלמידים לקראת הבגרות הקרובה. **השאלות בבחינה לא מופיעות נכון להיום באתר**, ומופצות אך ורק דרך המורים.

היות וכך, אנא אל תעבירו אותה לתלמידים לתרגול, או בקבוצות שהתלמידים נמצאים בהן.

אם אינכם משתמשים במתכונת לבחון את התלמידים, תוכלו להעביר אותן לתלמידים כתרגול, אך בבקשה רק כשבוע וחצי לפני הבגרות.

למי שמעוניין לבנות מתכונות אחרות, ניתן לעשות זאת דרך מחולל הבחינות החדש של אתר GOOL בגרויות בכתובת: <https://morim.gool.co.il/ExamGenerator>

(לחצו [כאן](#) לסרטון הדרכה על השימוש במחולל הבחינות)

מורה שעדיין לא רשום לאתר (המנוי למורים חט"ע/חט"ב הוא ללא עלות) מוזמן לכתוב לנו דרך [צור קשר](#).

בברכת בגרות מוצלחת,

צוות אתר GOOL בגרויות

שאלון 581

בחינת מתכונת

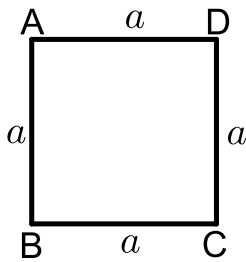
שם מלא: _____

כיתה: _____

בשאלון זה שלושה פרקים.
יש לענות על חמש שאלות מתוך שמונה השאלות במבחן – הבחירה לא מוגבלת לפרקים.
(20 נקודות לכל שאלה)

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1) בציור שלפניך מתואר מסלול לרכיבה באופניים בצורת ריבוע ABCD, שאורך צלעו a .



ביום מסוים יצאו שני רוכבי אופניים באותו הזמן מן הנקודה A לכוון הנקודה B.

הם רכבו לאותו הכיוון לאורך המסלול הריבועי. כל אחד מהם רכב במהירות קבועה. המהירות של רוכב א גדולה ב-2 מטרים לשנייה מן המהירות של רוכב ב.

כאשר הגיע רוכב א אל הנקודה A לאחר שהשלים 3 פעמים את המסלול, הגיע רוכב ב אל הנקודה A בפעם השנייה. א. מצא את המהירות של כל אחד מרוכבי האופניים.

ב. באיזו נקודה על הריבוע יהיה רוכב ב כאשר יגיע רוכב א אל הנקודה B בפעם השלישית?

כאשר הגיע רוכב א אל הנקודה A אחרי שהשלים 3 פעמים את המסלול, הוא הסתובב והחל לרכוב לכיוון הנגדי – מן הנקודה A לכיוון הנקודה D בלי לשנות את מהירותו.

רוכב ב המשיך לרכוב בכיוון הנסיעה המקורי, בלי לשנות את מהירותו. הרוכבים נפגשו בנקודה M.

ג. מצא על איזו צלע של הריבוע נמצאת הנקודה M, ומצא באיזה יחס הנקודה M מחלקת את הצלע שמצאת.

למחרת שוב יצאו הרוכבים מן הנקודה A, רכבו לכיוון הנקודה B והמשיכו לרכוב במסלול הריבועי באותה מהירות שרכבו ביום שלפני כן. רוכב א חלף על פני רוכב ב בפעם הראשונה 8 דקות אחרי שיצאו לדרך.

ד. מצא את היקף הריבוע. נמק תשובתך.

- (2)** בסדרה ההנדסית a_n שכל איבריה חיוביים, יש מספר זוגי של איברים $(2n)$.
 כאשר החליפו את סימני האיברים הנמצאים במקומות האי זוגיים התקבלה
 סדרה הנדסית חדשה שסכומה קטן פי שלושה מסכום הסדרה המקורית.
 א. מצא את מנת הסדרה המקורית.
 ב. בסדרה המקורית, חשב את היחס בין סכום $2n-1$ האיברים הראשונים
 לסכום $2n-1$ האיברים האחרונים.
 ג. ממשיכים את הסדרה a_n מעבר לאיבר האחרון כך שיש בה אינסוף איברים.

$$\text{הגדירו סדרה חדשה } b_n = \left(\frac{1}{a_n}\right)^2 \text{ שסכומה } \frac{3}{4}.$$

- (1) הוכח שהסדרה b_n היא סדרה הנדסית.
 (2) מצא את האיבר הראשון בסדרה המקורית (a_1) .
 ד. מגדירים סדרה חדשה $c_n = 3 \cdot a_n \cdot b_n$. בסדרה c_n 5 איברים.
 מצא את סכום הסדרה.

- (3)** במשחק ניתן לזכות באחת משלוש האפשרויות:
 ב-5 סוכריות, ב-10 סוכריות או ב-25 סוכריות.
 ההסתברות לזכות במשחק אחד ב-25 סוכריות היא 0.3.
 ההסתברות לזכות בשני משחקים רצופים לכל היותר ב-15 סוכריות היא 0.45.
 א. p היא ההסתברות לזכות ב-5 סוכריות במשחק אחד.
 חשב את p אם ידוע ש- $0 < p < 0.6$.
 ב. חשב את ההסתברות שילד יזכה בשלושה משחקים רצופים בסכום כולל
 של בדיוק 40 סוכריות.
 ג. 5 ילדים משחקים במשחק. כל אחד מהם משחק 3 משחקים רצופים.
 מהי ההסתברות שלכל הפחות שניים מהילדים יזכו בסכום כולל של
 בדיוק 40 סוכריות.

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור

4 נתון מעגל שמרכזו O.

הישרים BA, CB ו-AD משיקים למעגל בנקודות C, E, D בהתאמה.

EM ו-DC קטרים. $\angle EOC < 90^\circ$. הוכח כי:

א. $EC \perp BO$.

ב. ABCD טרפז ישר זווית.

ג. $\angle AOB = 90^\circ$.

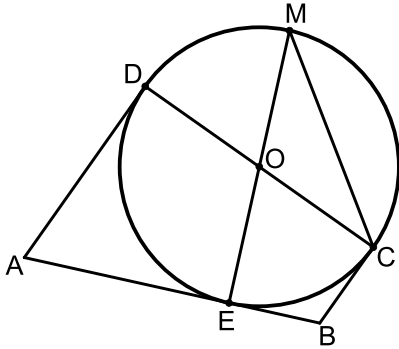
נתון גם כי רדיוס המעגל שווה ל-6 ס"מ

ו-13 ס"מ $AB = 13$ (BE < AE).

ד. מצא את אורך הקטעים AE ו-BE.

ה. הוכח כי: $\triangle EMC \sim \triangle BOE$.

ו. הוכח כי: $EC \cdot BO = 48$ סמ"ר.



5 משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$).

BK הוא תיכון לשוק AC.

נתון: $\angle BAC = 40^\circ$, רדיוס המעגל החוסם את

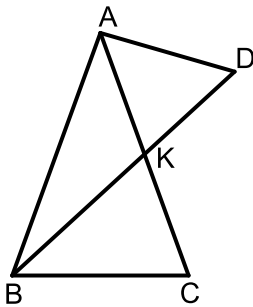
המשולש ABC הוא 10 ס"מ.

א. מצא את גודל הזווית BKC.

ממשיכים את BK עד לנקודה D כך שרדיוס המעגל

החוסם את המשולש ABD הוא 12 ס"מ.

ב. מצא את שטח המשולש AKD.



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - a^2}}$, $a \neq 0$ פרמטר.

ענה על הסעיפים א-ד עבור $a > 0$. אם יש צורך, הבע תשובתך באמצעות a .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

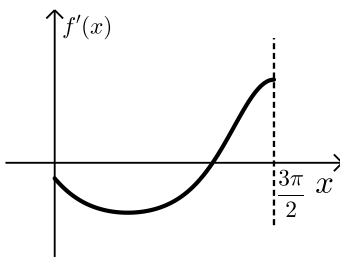
ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ עבור $a < 0$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$ המוגדרת בתחום שבו מוגדרות הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$. נתון $a=1$.

- ו. מצא את תחום החיוביות של הפונקציה $g(x)$.
- ז. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $g(x)$, הישר $x=-5$, הישר $x=-6$ וציר ה- x .



7 גרף הנגזרת של הפונקציה: $f(x) = \frac{a \cos x}{b \sin x + 2}$

בתחום: $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ מופיע באיור הבא (a, b) פרמטרים.

- א. ידוע כי b שווה לאחת האפשרויות הבאות:
 - (1) $b = 0.5$
 - (2) $b = 2$

בחר מה האפשרות הנכונה ונמק את בחירתך.

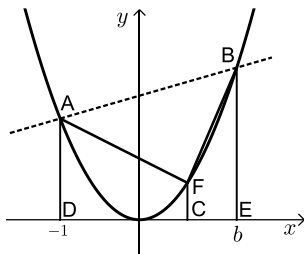
- ב. ידוע כי הערך המקסימלי של הפונקציה בטווח הנתון הוא 0.5. מצא את a .
- ג. מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של $f(x)$.

ד. חשב את ערכו של: $\int_0^{\frac{3\pi}{2}} f'(x) dx$

ה. נסמן ב- S את השטח הכלוא בין גרף הנגזרת לציר ה- x ומוגבל ע"י

הישרים $x=0$ ו- $x = \frac{3\pi}{2}$. בחר את הטענה הנכונה ונמק את תשובתך.

- (1) $S = 0.5$
- (2) $S > 0.5$
- (3) $S < 0.5$



8 נתונה פרבולה שמשוואתה: $y = 2x^2$

A ו-B הן נקודות על הפרבולה כך ש: $x_A = -1, x_B = b$

נקודה F היא נקודה על הפרבולה כך ש: $x_A \leq x_F \leq x_B$

הקווים AD, FC, BE מקבילים לציר y .

א. הבע בעזרת b את הערך של x_F עבורו שטח

הטרפז AFCD הוא מקסימלי.

ב. נתון כי שטח המשולש AFB מקסימלי כאשר $x_F = \frac{1}{2}$.

מצא את ערכו של הפרמטר b .

ג. עבור ערך ה- b שמצאת בסעיף הקודם, מצא את השטח המקסימלי של המשולש.

תשובות סופיות:

(1) א. רוכב א': $6 \frac{m}{sec}$, רוכב ב': $4 \frac{m}{sec}$. ב. נקודה C.

ג. צלע BC, $BM:MC=3:2$. ד. 960 מ'.

(2) א. $q=2$. ב. $\frac{1}{2}$. ג. (1) הוכחה. ד. $a_1 = \frac{4}{3}$ (2)

ד. 4.359

(3) א. $p=0.5$. ב. 0.18. ג. 0.222

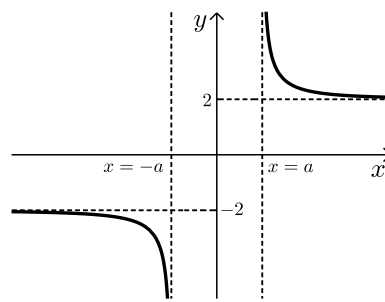
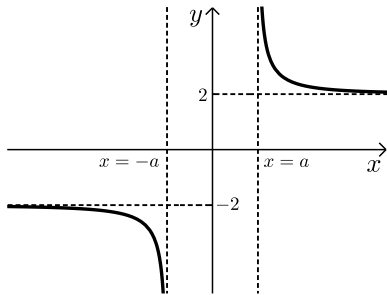
(4) א. 9 ס"מ AE , 4 ס"מ BE .

(5) א. $\angle BKC = 67.5^\circ$. ב. 44.9 יח"ר S_{AKD} .

(6) א. $x < -a, x > a$. ב. $x = -a, x = a, x \rightarrow -\infty: y = -2, x \rightarrow \infty: y = 2$

ג. יורדת: $x < -a, x > a$, עולה: אין. ד. להלן שרטוט:

ה. להלן שרטוט:



ז. $S \approx 0.026$ יח"ר. ח. $x < -1$

(7) א. $b=0.5$. ב. $a=1$. ג. $x=3.394$. ד. $-\frac{1}{2}$. ה. $S > 0.5$

(8) א. $x_F = b$. ב. $b=2$. ג. $S = 6.75$