

מורים יקרים

לפניכם בחינת מתכונת ארכימדס אפריל 2022 שאלון 582 לשימוש כבחינה בלבד על ידי כל מורה בארץ. אנא הקפידו שלא להעביר את הבחינה בתפוצה שכוללת תלמידים ולא לפתור אותה איתם.

בדומה לספרי ההכנה של ארכימדס לבגרות, המתכונת מכוונת ל"יותר חשיבה ופחות חישובים" ומנסה להתחקות ככל הניתן אחרי סגנון בחינות הבגרות האחרונות. ספרי ההכנה של ארכימדס כוללים עשרות בחינות מתכונת - חלקן עם פתרון מלא כולל הדרך - ומהווים כלי מצויין להכנה לבחינת הבגרות.

לקראת מועדי הבגרות, ניתן להפנות את התלמידים:

- הזמנה מרוכזת לבית הספר (או לבית תלמיד מרכז) ניתן לבצע בטלפון: 052-2285566 או לפנות במייל: archimedes100@gmail.com.
- ניתן להזמין ספר הביתה עם שליח באתר ארכימדס בקישור: <https://bit.ly/378S8s6>.
- לרכישת עותק דיגיטלי מוזל של ספרי ההכנה לבגרות של ארכימדס באתר Classoos בקישור: <https://bit.ly/2O4uNhS> (הזמנה מתאפשרת רק ממחשב, לא מסלולארי)

בהצלחה!



שאלון 582 - מתכונת 2022

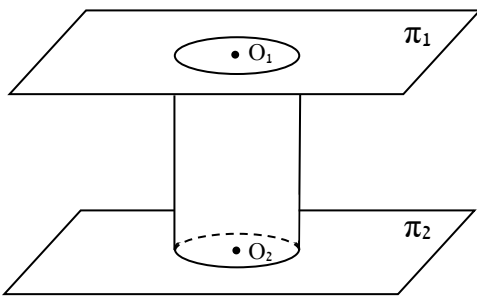
לפניכם שאלון הכולל 5 שאלות.

עליכם לבחור 3 שאלות - לפחות אחת מכל פרק - ולענות עליהן. כל שאלה $\frac{1}{3}$ נק'.
 פרק ראשון - גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק ראשון - גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1. הנקודות A ו-B נמצאות על ציר ה-x משני צירי ראשית הצירים. נתון: $AB = 8$. אביב מצאה את המקום הגיאומטרי של כל הנקודות P שעבורן מתקיים: $AP \perp BP$. מבין כל הנקודות הנמצאות על מקום גיאומטרי זה, הנקודה ששיעור ה-y שלה הוא הגדול ביותר היא $D(d, y_d)$.
 - א. היעזרו ב-d ומצאו את משוואת הפרבולה הקנונית העוברת בנקודה D.
 - ב. נתון שמדריך הפרבולה הזו חותך את ציר ה-x בנקודה E הנמצאת מימין לראשית הצירים. עבור כל טענה, קבעו האם היא נכונה או שגויה. נמקו את תשובתכם.
 - i. בהכרח מתקיים: $d < 0$.
 - ii. יתכן שציר ה-y חוצה את הקטע AB.
 - ג. הנקודות E ו-F הן מוקדי אליפסה, שאחת מנקודות החיתוך שלה עם ציר ה-x היא $G(\frac{5}{d}, 0)$. היעזרו ב-d ומצאו את משוואת האליפסה.
 - ד. ישר המקביל למדריך הפרבולה חותך את האליפסה בשתי נקודות. שתי נקודות אלו ושני מוקדי האליפסה, יוצרות דלתון. הביעו באמצעות d את היקף הדלתון.

2. בשרטוט שלפניכם, המישור π_1 מונח על גליל שמונח על המישור π_2 .



הנקודות O_1 ו- O_2 הן מרכזי בסיסי הגליל כמתואר בשרטוט.

נתונות משוואות המישורים: $\pi_1 : x - 2y + 2z + 5 = 0$

$\pi_2 : (4 - m) \cdot x + (7 - m^2) \cdot y + (11 - m^2) \cdot z + 5 - 9k = 0$

א. מצאו את m .

ב. הנקודה O_1 נמצאת על ציר ה- x .

1. קבעו האם ציר ה- x מוכל במישור π_1 . הסבירו את תשובתכם.

2. הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה O_2 .

ג. נתון המקום הגיאומטרי של כל הנקודות במרחב שמרחקן מהנקודה O_2 הוא 3 יח' אורך.

מקום גיאומטרי זה משיק למישור π_1 בנקודה O_1 . מצאו את k החיובי ואת שיעורי הנקודה O_2 .

ד. לפניכם שלושה ישרים:

$$\underline{x} = (-4, -2, 2) + r \cdot (4, 0, 1) \quad \text{ii} \quad \underline{x} = (0, 7, 3) + r \cdot (-2, 0, 1) \quad \text{iii} \quad \underline{x} = (-4, -2, 2) + r \cdot (-2, 2, 3)$$

קבעו על איזה מהישרים מונח אחד הרדיוסים של הבסיס התחתון של הגליל. נמקו.

3. נתונים שני המספרים המרוכבים: $W_1 = 3R \operatorname{cis} \theta$ ו- $W_2 = 4R \operatorname{cis}(\theta + 90^\circ)$.

כל אחד מהשניים נמצא על מעגל קנוני כלשהו במישור גאוס. אורך הקטע $W_1 W_2$ הוא 5 יח'.

א. מצאו את R .

ב. נתונה המשוואה: $|Z| = 27 \cdot (\bar{Z})^2$. שפתרונותיה הם נקודות במישור גאוס.

1. הראו שכל פתרונות המשוואה מלבד אחד נמצאים על אותו מעגל קנוני במישור גאוס והציגו אותם בתצוגה קוטבית.

2. פתרון המשוואה הנמצא ברביע הראשון במישור גאוס הוא W_1 . מבין פתרונות המשוואה, הפתרון שהוא הקרוב ביותר לנקודה $(-0.5, 0)$, נמצא בנקודה A . חשבו את שטח המשולש $\Delta A W_1 W_2$.

שהוא הקרוב ביותר לנקודה $(-0.5, 0)$, נמצא בנקודה A . חשבו את שטח המשולש $\Delta A W_1 W_2$.

ג. הנקודה B נמצאת ברביע השני במישור גאוס כך ש: $A W_1 \parallel B W_2$. זוויות המרובע $A W_1 W_2 B$ הן:

$\sphericalangle A = \alpha$, $\sphericalangle B = \beta$, $\sphericalangle W_2 = \gamma$ ו- $\sphericalangle W_1 = \delta$. עבור כל טענה, קבעו האם היא נכונה או שגויה. נמקו.

i. המספר $W_3 = (\operatorname{cis} \alpha \cdot \operatorname{cis} \beta)^n$ גדול מ-0.5 בעבור כל n זוגי.

ii. יתכן שמתקיים: $\operatorname{cis} \alpha \cdot \operatorname{cis} \beta \cdot \operatorname{cis} \gamma = \operatorname{cis} \delta$.

iii. מתקיים: $\operatorname{cis} \alpha \cdot \operatorname{cis} \beta \cdot \operatorname{cis} \gamma \cdot \operatorname{cis} \delta < 1$.

פרק שני - גידול ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^x}{x-n}$. פרמטר טבעי n .

א. היעזרו בפרמטר n , במידת הצורך, ועבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה.

2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים, אם יש כאלו.

3. שיעורי נקודת הקיצון וקבע את סוגה.

4. האסימפטוטות המקבילות לצירים.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתונה הנגזרת: $g'(x) = \frac{e^x(x-7)}{(x-6)^2}$. גרף הפונקציה $g(x)$ עובר דרך ראשית הצירים.

1. מצאו את הפונקציה $g(x)$ ומבלי לבצע חקירה נוספת, שרטטו את הסקיצה שלה.

2. נתונה הפונקציה: $h(x) = g(4x)$. לפניכם שלושה ביטויים בעבור n טבעי.

סדרו אותם לפי ערכם, מהקטן לגדול. הסבירו את תשובתכם.

$$\text{i. } \int_{-3n}^{-2n} h(x) dx \quad \text{ii. } \int_{-2n}^{-n} h(x) dx \quad \text{iii. } \frac{n}{6}$$

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = 9\ln(x-a) - \ln(x+a) + b$. נתון: $0 < b$, $0 < a$.

א. היעזרו ב- a , במידת הצורך, ועבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה.

2. שיעורי נקודות הקיצון, אם יש כאלה.

3. שיעורי נקודות הפיתול, אם יש כאלה.

4. תחומי הקעירות כלפי מעלה \cup וכלפי מטה \cap , אם יש כאלה.

ב. נתון: הפתרון היחיד של המשוואה $f(x) = 0$ הוא: $x = 2a$. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתונה הפונקציה: $g(x) = 1 + f(x - 2a)$ שהגרף שלה אינו חותך את גרף הפונקציה $f(x)$.

1. מצאו בכמה נקודות חותך גרף הפונקציה $g(x)$ את הצירים. הסבירו את תשובתכם.

2. נתון שפתרון המשוואה $g(x) = 0$ הוא $x = x_1$. בחרו בטענה הנכונה והסבירו את תשובתכם:

i. $4a < x_1$ ii. $3a < x_1 < 4a$ iii. $2a < x_1 < 3a$

3. נתונה הפונקציה: $h(x) = |g(x)|$. נתון שפתרון המשוואה $f(x) = h(x)$ הוא $x = x_2$.

בחרו בטענה הנכונה והסבירו את תשובתכם:

i. $x_1 < x_2 < 4a$ ii. $3a < x_2 < x_1$ iii. $a < x_2 < 3a$

4. מבלי לבצע גזירה או חישוב כלשהו, קבעו האם בתחום $3a < x < x_1$ הפונקציה $h(x)$ קעורה כלפי

מעלה \cup או כלפי מטה \cap . הסבירו את תשובתכם.

בהצלחה!

תשובות:

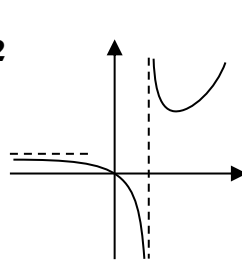
1. א. $y^2 = \frac{16}{d}x$. ב. i. נכונה. ii. שגויה. ג. $9d^2x^2 + 25d^2x^2 = 225$. ד. $-\frac{20}{d}$.

2. א. $m = 3$. ב. i. אינו מוכל במישור. ii. $O_2(k-5, -2k, 2k)$. ג. $O_2(-4, -2, 2)$, $k = 1$. ד. על ישר iii.

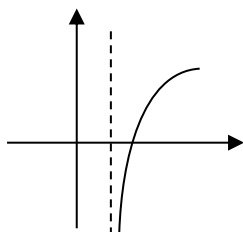
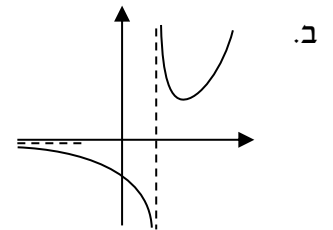
3. א. $R = 1$. ב. i. $0, 3\text{cis}0^\circ, 3\text{cis}60^\circ, 3\text{cis}120^\circ, 3\text{cis}180^\circ, 3\text{cis}240^\circ, 3\text{cis}300^\circ$. ג. i. נכונה. ii. שגויה. iii. שגויה.

4. א. i. $x \neq n$. ii. $(0, -\frac{1}{n})$. iii. $\min(n+1, e^{n+1})$. ד. כאשר x שואף ל: $-\infty$ האסימפטוטה $y = 0$.

2. $\int_{-2n}^{-n} h(x) dx < \int_{-3n}^{-2n} h(x) dx < \frac{n}{6}$.



1. ג. $g(x) = \frac{e^x}{x-6} + \frac{1}{6}$.



5. א. i. $a < x$. ii. אין נקודות קיצון. iii. אין נקודות פיתול.
 4. קעירות \cap בתחום $a < x$; קעירות \cap : אף x . ב. השרטוט משמאל.
 1. ג. גרף הפונקציה $g(x)$ חותך רק את ציר ה- x , בנקודה אחת. ii. (2) . iii. (3)
 4. הפונקציה $h(x)$ קעורה כלפי מעלה \cup .

לקראת מועדי הבגרות, ניתן להפנות את התלמידים:

- הזמנה מרוכזת לבית הספר (או לבית תלמיד מרכז) ניתן לבצע בטלפון: 052-2285566 או לפנות במייל: archimedes100@gmail.com .
- ניתן להזמין ספר הביתה עם שליח באתר ארכימדס בקישור: <https://bit.ly/378S8s6> .
- לרכישת עותק דיגיטלי מוזל של ספרי ההכנה לבגרות של ארכימדס באתר Classoos בקישור: <https://bit.ly/2O4uNhS> (הזמנה מתאפשרת רק ממחשב, לא מסלולארי)