

סוג הבחינה : מתכונת א' לכיתה יב/2
מועד הבחינה : 19 אפריל 2017
מספר שאלון : 035582
נספח : דפי נוסחאות ל- 5 יח"ל



מתמטיקה

שאלון שני מ-5 יחידות לימוד

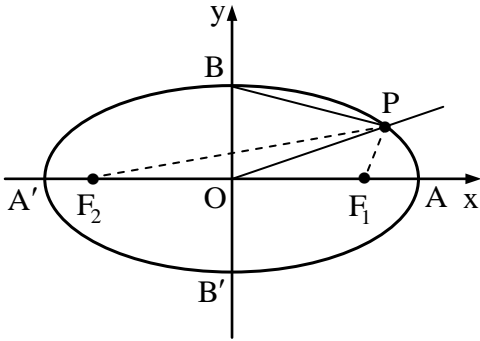
הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה : שעתיים ורבע.
- ב. מבנה הבחינה ומפתח ההערכה : בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש :
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות מצורפים.
- ד. הוראות מיוחדות :
(1) אל תעתיק את השאלה ; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

השאלות
פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1 – 3 (לכל שאלה - 33 $\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר שתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. האליפסה $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ חותכת את ציר ה- x

בנקודות A ו-A' ואת ציר ה- y היא חותכת בנקודות

B ו-B'. F_1 ו- F_2 הם המוקדים הימני והשמאלי

בהתאמה של האליפסה הנתונה. ראשית הצירים היא

הנקודה O. הישר $y = \frac{1}{2}x$ חותך את האליפסה

ברביע הראשון בנקודה P כמתואר בציור.

נתון: שטח המשולש PF_2O הוא 37.5% משטח המשולש PBO.

והיקף המשולש PF_2F_1 הוא $8k$.

א. הבע באמצעות k את משוואת האליפסה.

ב. המוקד $F_1(c, 0)$ הוא גם מוקד של פרבולה. ישר המקביל לציר ה- y ויוצא

מנקודה F_1 , חותך את הפרבולה בנקודה Q ברביע הראשון. דרך הנקודה Q

מעבירים משיק לפרבולה.

(1) הבע את מוקד הפרבולה ואת שיעורי הנקודה Q באמצעות c .

(2) הבע את משוואת המשיק לפרבולה באמצעות c .

(3) מרחק המוקד הימני F_1 ממשיק זה הוא $6\sqrt{2}$.

מצא את c ואת משוואת הפרבולה.

(4) מצא את משוואת האליפסה.

2. נתונה ההצגה הפרמטרית של ישר $l_1: \underline{x} = (3, 2, 9) + t(2, -5, -4)$

א. הראה שהנקודה $A(8, 3, -1)$ לא נמצאת על הישר l_1 וחשב את מרחקה מן הישר.

ב. הנקודה $B(1, k, 13)$ נמצאת על הישר l_1 .

(1) מצא את k .

(2) מצא נקודה C על הישר l_1 , כך ששטח המשולש ABC יהיה $54\sqrt{5}$

אם ידוע כי שיעור ה- x של הנקודה C חיובי.

ג. הנקודה $S(m, 6, 3)$ יוצרת עם הנקודות A, B, C פירמידה שבסיסה

המשולש ABC . נפח הפירמידה $SABC$ הוא 684.

מצא את m , שיעור ה- x של הנקודה S אם ידוע שהוא שלילי.

3. נתונה המשוואה $z^2 + |z|^2 - bi = 2a^2$, $(a > 0, b > 0)$.

א. הבע באמצעות a ו- b את פתרונות המשוואה z_1 ו- z_2 באמצעות a ו- b .

ב. נתון: $z_1 \cdot z_2 = -8i$. מצא את a ו- b .

ג. (1) מצא וזהה את משוואת המקום הגיאומטרי $|z - 5 - 4i| = \frac{a+b}{2}$.

(2) מצא עבור אילו ערכי n , הישר $4y - 3x - n = 0$, משיק למקום הגיאומטרי

שמצאת בסעיף הקודם.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4 – 5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. בציור שלפניך משורטטים הגרפים של הפונקציות

$$f(x) \text{ ו- } f'(x) \text{ בתחום } -6 \leq x \leq 5.$$

א. זהה איזה מן הגרפים I או II הוא הגרף של הפונקציה

$f(x)$ ואיזה של הפונקציה $f'(x)$. נמק.

ב. נתון: $f(x) = \frac{(x^2 - a) \cdot e^x}{(x + b)^2}$

ברביע השלישי, גרף הפונקציה $f(x)$ יורדת בק

$$\text{בתחום } -\sqrt{19} < x < -2.$$

(1) מצא את ערכם של הפרמטרים a ו-b.

(2) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. השיפוע המינימלי של הפונקציה $f'(x)$ מתקבל בנקודה $x = 1.892$.

מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה ותחומי הקעירות כלפי מטה של גרף הפונקציה

$$f(x) \text{ בתחום } x \geq -2.$$

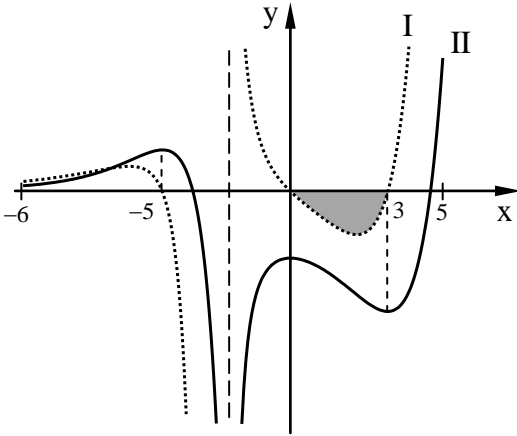
ד. נתון: $f''(0) = -1\frac{7}{8}$.

(1) שרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f''(x)$ בתחום $x \geq -2$.

(2) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f'(x)$ בנקודה $x = 0$.

ה. מצא את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f'(x)$ לבין ציר ה-x ברביע הרביעי

(השטח האפור בשרטוט).



5. נתון כי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ המוגדרות לכל x , מקיימות:

$$f'(x) = ax^2 + bx + 4 \quad \text{ו-} \quad g'(x) = e^{f(x)} \cdot f'(x)$$

$$\text{נתון גם: } \int_0^1 g'(x) dx = e - 1, \quad g(1) = e$$

א. מצא את הערך המספרי של $g(0)$.

ב. בציור מתואר גרף הפונקציה $g(x)$.

היעזר בנתונים הרשומים בשאלה ובסרטוט ומצא:

(1) הערכים של a ו- b .

(2) הפונקציה $g(x)$.

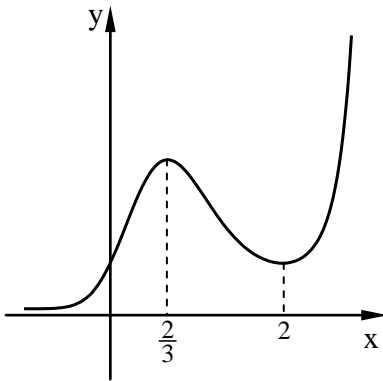
(3) שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגן.

ג. (1) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g'(x)$.

(3) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g'(x)$ וציר ה- x בתחום

$$\frac{2}{3} \leq x \leq 2$$



בהצלחה!



תשובות סופיות

$$1. \quad \text{א.} \quad \frac{4x^2}{25k^2} + \frac{y^2}{4k^2} = 1$$

$$\text{ב.} \quad Q(c, 2c), F_1(c, 0) \quad (1)$$

$$\text{ג.} \quad y = x + c \quad (2)$$

$$\text{ד.} \quad y^2 = 24x, y = x + 6 \quad (3)$$

$$\text{ה.} \quad \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1 \quad (4)$$

$$2. \quad \text{א.} \quad \text{הוכחה, } 9$$

$$\text{ב.} \quad k = 7 \quad (1)$$

$$\text{ג.} \quad C(9, -13, -3) \quad (2)$$

$$\text{ד.} \quad m = -13$$

$$3. \quad \text{א.} \quad -a - \frac{b}{2a}i, a + \frac{b}{2a}i$$

$$\text{ב.} \quad a = 2, b = 8$$

$$\text{ג.} \quad \text{מעגל שמשוואתו } (x-5)^2 + (y-4)^2 = 25$$

$$\text{ד.} \quad n = -24 \text{ או } n = 26 \quad (2)$$

$$4. \quad \text{א.} \quad \text{גרף } I: f'(x) \text{ וגרף } II: f(x)$$

$$\text{ב.} \quad b = -2, a = 19 \quad (1)$$

$$\text{ג.} \quad x \neq -2 \quad (2)$$

$$\text{ד.} \quad \text{תחום קעירות כלפי מטה: } -2 < x < 1.892$$

$$\text{ה.} \quad \text{תחום קעירות כלפי מעלה: } x > 1.892$$

$$\text{ו.} \quad \text{סקיצה:} \quad (1)$$

$$\text{ז.} \quad y = -1\frac{7}{8}x \quad (2)$$

$$\text{ח.} \quad \frac{19}{4} - \frac{2e^3}{5}$$

$$.g(0) = 1 \quad .א \quad .5$$

$$.b = -8, a = 3 \quad (1) \quad .ב$$

$$.g(x) = e^{x^3 - 4x^2 + 4x} \quad (2)$$

$$.מקסימום, (2,1) מינימום. \left(\frac{2}{3}, e^{\frac{32}{27}}\right) \quad (3)$$

$$.(2,0), \left(\frac{2}{3}, 0\right) \quad (1) \quad .ג$$

$$.\frac{2}{3} < x < 2 \quad (2)$$

$$.1 - e^{\frac{32}{27}} \approx 2.2713 \quad (3)$$