



סוג הבחינה: מתכונת ב' לכיתה יב/2
מועד הבחינה: 7 מאי 2017
מספר שאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל- 5 יח"ל

מתמטיקה

שאלון שני מ-5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

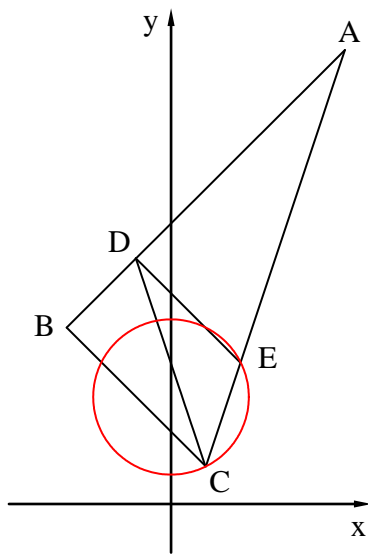
- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה הבחינה ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים – $33\frac{1}{3} \times 2 - 66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1 - 33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות מצורפים.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

ב ה צ ל ח ה !

השאלות
פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1 – 3 (לכל שאלה - 33 $\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר שתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. בציור נתון משולש ABC שקודקדיו A(5,13) ו-C(1,1).



הנקודות D ו-E נמצאות על הישרים AB ו-AC

בהתאמה כך ש- $DE \parallel BC$. שטח המשולש ADE

הוא 18 ושטח הטרפז DECB הוא 14.

א. מצא את שיעורי הנקודה E.

ב. נתון שציר ה-y חוצה את הקטע CD.

(1) מצא שיעורי הנקודה D.

(2) מצא שיעורי הקודקוד B.

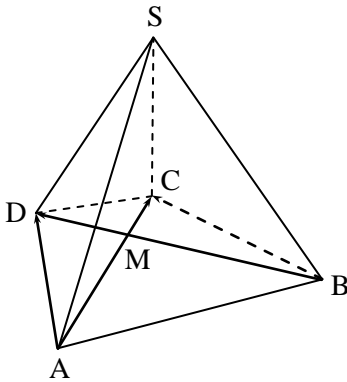
ג. דרך הנקודות C ו-E עובר מעגל שמרכזו

נמצא על ציר ה-y, ורדיוסו $\sqrt{5}$ (ראה ציור).

(1) מצא משוואת המעגל.

(2) מצא משוואת המשיק למעגל בנקודה C.

2. $SABCD$ פירמידה שבסיסה טרפז שווה שוקיים $AD = BC$, $(AB \parallel DC)$.



M היא נקודת המפגש של אלכסוני הטרפז $ABCD$. והיא מחלקת כל

אלכסון ביחס של 2:1. נתון: $\vec{AD} = 2\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{BC} = 2\vec{v} + \vec{u}$.

א. בטא את \vec{MC} , \vec{MD} , \vec{DC} ואת \vec{AB} באמצעות \vec{u} ו- \vec{v} .

ב. נתון: $|\vec{AD}| = 6\sqrt{5}$, $|\vec{DC}| = 6\sqrt{2}$.

$$(1) \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \quad \text{הוכח:}$$

(2) חשב שטח הטרפז $ABCD$.

ג. משוואת המישור בו נמצא הטרפז $ABCD$ היא: $2x + 2y + z = 24$.

קודקוד הראש של הפירמידה נמצא בנקודה $S(k, k, k)$ ($k > 0$).

(1) נפח הפירמידה $SABCD$ הוא 648. מצא k .

(2) נתון: SM ניצב למישור $ABCD$. מצא את שיעורי הנקודה M .

ד. אחד מקודקודי הבסיס נמצא בנקודה $A(12, 0, 0)$.

(1) מצא משוואת המישור SBD .

(2) מצא את שיעורי קודקוד הבסיס C .

3. w הוא מספר מרוכב המקיים את המשוואה $w + \frac{1}{w} = 2 \cos \alpha$, α ממשי

ומקיים $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

א. הבע באמצעות α את שני הפתרונות של המשוואה, w_1 ו- w_2 וסמן במישור גאוס את

הנקודות המתאימות לפתרונות אלו.

ב. שני הפתרונות שמצאת בסעיף א', נמצאים על המקום הגיאומטרי $|z + \bar{z}| = \text{cis} 360^\circ$.

מצא את α .

ג. נתון: w_1 הוא הפתרון שנמצא ברביע הראשון. פתור את המשוואה: $z^4 = \frac{w_1}{w_2}$.

ד. נסמן ארבעת הפתרונות שמצאת בסעיף הקודם ב- z_1, z_2, z_3 ו- z_4 .

$$\text{נגדיר: } A = w_1 \cdot z_1 + \frac{z_4}{w_2} \quad \text{ו-} \quad B = \frac{w_1 \cdot w_2}{z_2^3} - \frac{z_3^4}{z_1}$$

הוכח כי לכל n טבעי $\frac{B^{4n}}{A^{4n-2}}$ הוא מספר מדומה טהור.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

(33 1/3 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4 – 5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתון כי הפונקציות $g(x)$ ו- $f(x)$ המוגדרות לכל x , מקיימות: $g'(x) = e^{f(x)} \cdot f'(x)$.

א. (1) נתון: $\int_0^1 g'(x) dx = 1 - e$, $f(1) = 0$, $g(1) = 1$. מצא את הערך המספרי של $g(0)$.

(2) הבע את הפונקציה $g(x)$ בעזרת הפונקציה $f(x)$.

(3) נתון גם: $f(x) = x^2 + ax + b$, a ו- b פרמטרים.

מצא את a ו- b .

ב. הפונקציה $h(x)$ מקיימת: $h(x) = k \cdot g(x)$, $(k > 0)$.

בציור שלפניך מתוארים הגרפים של פונקציות הנגזרת

הראשונה $h'(x)$ והנגזרת השנייה $h''(x)$ של הפונקציה $h(x)$.

(1) היעזר במידת הצורך בפרמטר k ומצא שיעורי נקודת

הקיצון של הפונקציה $h(x)$.

(2) קבע איזה מן הגרפים I או II הוא הגרף של $h'(x)$

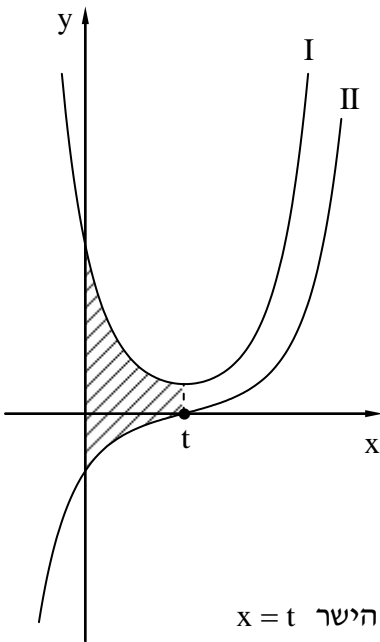
ואיזה של $h''(x)$. נמק.

(3) כמה פתרונות יש למשוואה $h''(x) = 0$? נמק.

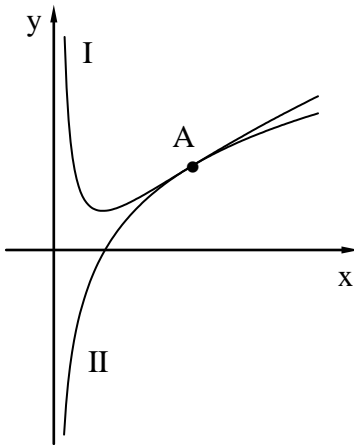
ג. השטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה I, גרף הפונקציה II, ציר ה- y , הישר $x = t$

(השטח המקוקו בציור), שווה ל- $2 - 6e$. מצא k .

(t הוא שיעור ה- x של נקודת חיתוך גרף II עם ציר x).



5. בציר מתוארים הגרפים של שתי הפונקציות:



$$f(x) = (\log_3 x)^2 + b \quad \text{ו-} \quad g(x) = \log_3(3x^2) - b, \quad (b > 0)$$

לגרפים משיקים משותף בנקודה A הנמצאת ברביע הראשון.

א. קבע איזה מן הגרפים I או II הוא הגרף של $f(x)$

ואיזה של $g(x)$. נמק.

ב. מצא ערכו של הפרמטר b.

ג. מצא שיעורי נקודת המינימום של גרף הפונקציה I.

ד. מצא שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f'(x)$ וקבע את סוגה.

ה. (1) שרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה $f'(x)$

ו- $f(x)$ ברביעים הראשון והרביעי וסמן את שיעורי הנקודה $A(x_A, y_A)$.

(2) ישר המקביל לציר ה-x עובר בנקודה A וחותך את גרף הפונקציה $f(x)$

בנקודה נוספת $B(x_B, y_B)$.

נסמן את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$, הישר $x = x_A$

וציר ה-x ב- S_1 , ונסמן את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$,

הישר $x = x_B$ וציר ה-x ב- S_2 .

חשב את סכום השטחים: $S_1 + S_2$.

בהצלחה!



תשובות סופיות

1. א. $E(2,4)$

ב. $D(-1,7)$ (1)

ג. $B(-3,5)$ (2)

ד. $x^2 + (y-3)^2 = 5$ (1)

ה. $2y - x = 1$ (2)

2. א. $\vec{AB} = 2\vec{u} - 2\vec{v}$, $\vec{DC} = \vec{u} - \vec{v}$, $\vec{MD} = \vec{v}$, $\vec{MC} = \vec{u}$

ב. הוכחה. (1)

ג. 162 (2)

ד. $k = 12$ (1)

ה. $M(4,4,8)$ (2)

ו. $2x - y - 2z + 12 = 0$ (1)

ז. $C(0,6,12)$ (2)

3. א. $w_2 = \text{cis}(-\alpha)$, $w_1 = \text{cis}\alpha$

ב. $\alpha = 60^\circ$

ג. $z_4 = \text{cis}300^\circ$, $z_3 = \text{cis}210^\circ$, $z_2 = \text{cis}120^\circ$, $z_1 = \text{cis}30^\circ$

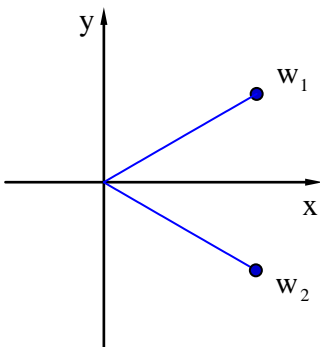
ד. הוכחה.

4. א. $g(0) = e$ (1) $b = 1$, $a = -2$ (2)

ב. (1) מינימום $(1,k)$. (2) גרף I מתאר $h''(x)$, גרף II מתאר $h'(x)$.

ג. אף פתרון. (3)

ד. $k = 2$



5. א. גרף I מתאים לפונקציה $f(x)$; גרף II מתאים לפונקציה $g(x)$.

ב. $b = 1$.

ג. $(1,1)$.

ד. מקסימום $(e, 0.6096)$.

ה. (1) סקיצה.

(2) $S_1 + S_2 = 2$.

