

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ז, 2017
מספר השאלון: 035582
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית שאלון שני מ-5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

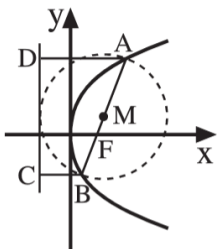
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(1) נתונה הפרבולה $y^2 = 2px$. המיתר AB עובר דרך מוקד הפרבולה F. הנקודות D ו-C נמצאות על מדריך הפרבולה כך ש-AD ו-BC מקבילים לציר ה-x כמתואר בציור.
א. הוכח: אורך המיתר AB שווה לסכום אורכי הבסיסים של הטרפז ADCB. היעזר בהגדרה של פרבולה.

ב. המיתר AB הוא קוטר במעגל שמרכזו M. הוכח: מרחק הנקודה M ממדריך הפרבולה שווה לרדיוס המעגל.

ג. נתון: $BC = 3$ ס"מ, $AD = 6$ ס"מ.

(1) מצא באיזה יחס מחלקת הנקודה F את המיתר AB.

(2) הבע באמצעות p את שיעור ה-x של הנקודה B.

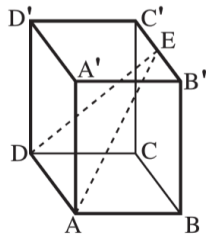
(3) מצא את משוואת הפרבולה.

- (2) ישר החיתוך שבין מישור π_1 למישור π_2 עובר דרך הנקודות $(2, -1, 2)$ ו- $(0, 3, -1)$.
 המישור π_1 עובר דרך ראשית הצירים והמישור π_2 עובר דרך הנקודה $(1, 3, 1)$.
 ℓ_1 הוא ישר החיתוך בין המישור π_1 למישור $[yz]$. ℓ_2 הוא ישר החיתוך בין המישור π_2 למישור $[xy]$.
 מצא את המצב ההדדי בין הישרים ℓ_1 ו- ℓ_2 .

- (3) א. z הוא מספר מרוכב שנמצא ברביע הרביעי והערך המוחלט שלו הוא 1.

נתון: $\left| \frac{z+1}{z} \right| = \sqrt{3}$. הנקודה O היא ראשית הצירים.

- (1) חשב את זווית המשולש $Oz\bar{z}$. (2) חשב את אורכי צלעות המשולש $Oz\bar{z}$.



- ב. בתיבה $ABCD A' B' C' D'$ שבסיסה ריבוע, הנקודה E היא אמצע הצלע $C' B'$. הזווית שבין מישור המשולש AED למישור הבסיס $ABCD$ היא 60° .
 (1) חשב את הזווית שבין הקטע AE לבסיס $ABCD$.
 (2) חשב את הזווית EAB .

(הערה: אין קשר בין סעיף אי לסעיף ב').

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

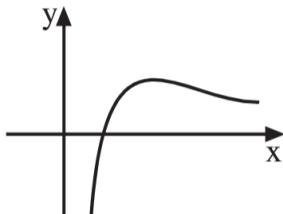
(4) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{1+ae^{-x}}$, $a > 0$.

- א. מצא את האסימפטוטות האופקיות של הפונקציה.
- ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
- ג. הראה שלפונקציה יש נקודת פיתול אחת שנמצאת במרחקים שווים משתי האסימפטוטות האופקיות של הפונקציה.

ד. הראה שמתקיים השוויון: $\frac{1}{1+ae^{-x}} = \frac{e^x}{e^x+a}$.

ה. נתון שהשטח שמוגבל ע"י גרף הפונקציה $f(x)$, הצירים והישר $x = 1$ הוא

מצא את a . $\frac{\log_3(e+2)-1}{\log_3 e}$



(5) נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{\ln(\frac{x}{a})}{x}$, $g(x) = \frac{\ln^2(\frac{x}{a})}{x}$, $a > 0$.

- א. הבע באמצעות a את השיעורים של נקודת המקסימום של $f(x)$.
- ב. הבע באמצעות a את השיעורים של נקודות הקיצון של $g(x)$ וקבע את סוגן.
- ג. (1) הבע באמצעות a את השיעורים של נקודות החיתוך של הגרף של $f(x)$ עם הגרף של $g(x)$.
- (2) העתק למחברתך את הסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ ושרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- ד. חשב את השטח המוגבל בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

בהצלחה

פתרונות

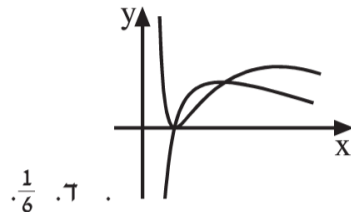
(1) ג. (1) 1 : 2 (2) $3 - \frac{p}{2}$ (3) $y^2 = 8x$.

(2) מצטלבים.

(3) א. (1) $30^\circ, 30^\circ, 120^\circ$ (2) $1, 1, \sqrt{3}$ ב. (1) 57.16° (2) 60.98° .

(4) א. $y = 0, y = 1$ ב. עולה: כל x . ה. 2.

(5) א. $(ea, \frac{1}{ea})$ מקסימום. ב. $(a, 0)$ מינימום, $(e^2a, \frac{4}{e^2a})$ מקסימום.



ג. (1) $(a, 0), (ea, \frac{1}{ea})$ (2) ד. $\frac{1}{6}$.