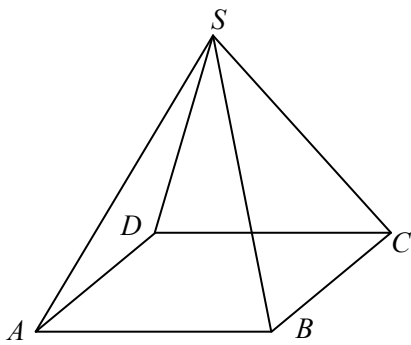


שאלון 582 - מתכונת 2017

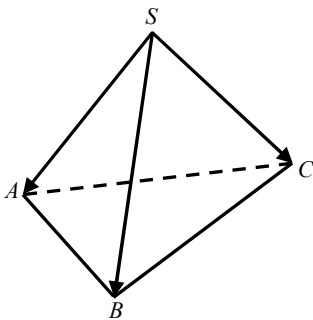
פרק ראשון - גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נק') (66 נק')

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $\frac{1}{3}$ נק')

1. ישר המשיק לפרבולה $y^2 = 2px$ בנקודה A הנמצאת ברביע הראשון חותך את צירי ה-x וה-y בנקודות B ו-C בהתאמה. ראשית הצירים בנקודה O. נתון ששטח המשולש ΔBCO הוא $64p^2$.
 - א. הבע באמצעות p את שיעורי הנקודה A.
 - ב. מוקד הפרבולה בנקודה M. הבע באמצעות p את משוואת המקום הגיאומטרי של מרכזי הכובד במשולשים שאחת מצלעותיהן היא הקטע MO ואחד מקדקודיהם נמצא על המשיק הנתון.



2. נתונה הפירמידה הישרה SABCD שבסיסה ריבוע. זווית הראש של הפאה הצדדית היא 2α . הזווית שבין מקצוע הצד לבין הבסיס היא α . נסמן: $CS = b$.
 - א. מצא את α .
 - ב. הבע באמצעות b את נפח הפירמידה.
 - ג. נתון: נפח הפירמידה 36 סמ"ק. חשב את שטח המעגל החוסם את הפאה ADS.



3. בטראדר SABC נתון: $SC \perp SB$.

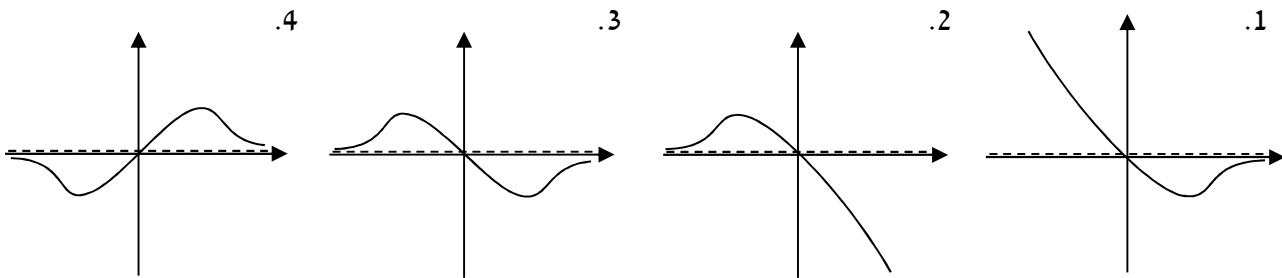
נתון: $S(p, p, 0)$, $B(0, 1, p)$, $C(x, p, 2p)$, $(0 < p)$.

 - א. הבע באמצעות p בלבד את ערך הביטוי $\cos(\angle SBC)$.
 - ב. מצא עבור אילו ערכי p, הזווית $\angle SBC$ היא מקסימלית. נמק.
 - ג. חשב את הערך המקסימלי האפשרי לגודל הזווית $\angle SBC$.
 - ד. כאשר הזווית $\angle SBC$ היא מקסימלית, מתקיים: $AS \perp AB$. קבע האם יתכן שהנקודה A נמצאת על ציר ה-z. נמק.

פרק שני - גידול ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ($\frac{1}{3}$ נק')
 ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. נתונה הנגזרת השלישית: $f'''(x) = \frac{e^x(e^{2x} - 4e^x + 1)}{(e^x + 1)^4}$.

א. בחר איזה מהגרפים הבאים, העוברים דרך ראשית הצירים, עשוי להיות גרף הנגזרת השנייה $f''(x)$. נמק את בחירתך.



ב. נתון שאחד הגרפים הנתונים בסעיף א' הוא גרף הנגזרת השנייה $f''(x) = \frac{e^x - e^{2x} + m}{(e^x + 1)^3}$. מצא את ערכו של הפרמטר m.

ג. נתונה הנגזרת הראשונה $f'(x) = \frac{p \cdot e^x}{(e^x + 1)^2}$. מצא את ערכו של הפרמטר p.

ד. נתון שגרף הפונקציה $f(x)$ וגרף הנגזרת השלישית $f'''(x)$ נחתכים זה עם זה על ציר ה-y. מצא את הפונקציה $f(x)$.

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = 2^x + 2^{a-x}$ ($0 < a$).

א. קבע האם קיים ערך של a שעבורו תהיה לגרף הפונקציה $f(x)$ אסימפטוטה. נמק.

ב. נתון: $a = 2$. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:

1. האסימפטוטות, במידה וקיימות.

2. נקודת החיתוך עם הצירים.

3. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. מצא עבור איזה ערך של m, השטח הכלוא בין הישרים $x = m$ ו- $x = m + 2$ לבין גרף הפונקציה $f(x)$ וציר ה-x הוא מינימלי.

בהצלחה!

פתרונות:

1 א. $A(32p, 8p)$. ב. הישר $16y - 2x - 21p = 0$.

2 א. $0.35 \cdot 26^0$. ב. $0.257b^3$. ג. 31.8 סמ"ר.

3 א. $\sqrt{\frac{3p^2 - 2p + 1}{11p^2 - 2p + 1}}$. א. $p = 1$. ג. 63.44^0 . ד. לא יתכן.

4 א. גרף 3 . ב. $m = 0$. ג. $p = 1$. ד. $f(x) = -\frac{1}{e^x + 1} + \frac{3}{8} = \frac{3e^x - 5}{8(e^x + 1)}$

5 א. לא קיים . ב. 1 אין אסימפטוטות . 2 $\min(1, 4)$. 3 $(0, 5)$. ג. השרטוט משמאל . ד. $m = 0$.

